J-MATH
Journal of Mathematics Theory and Applications
Vol. 3, No. 2, April 2025, pp. 19 – 29
ISSN Online: 3025-2628

Masalah Aliran Maksimum dalam Sebaran Jaringan Rute Trans Jogja dari Halte Rumah Sakit Bathesda ke Halte Malioboro 1

Deddy Rahmadi[1*], Hakim Adidarma [1], Erika Putri [1], Ni'ma Ajrul Amilin[1] , Dela Nuraini Safinka[1]
Program Studi Matematika, UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta,
deddy.rahmadi@uin-suka.ac.id[1*]

ABSTRACT
Yogyakarta is one of the cities with a fairly high level of transportation use. Transportation itself is one of the most important things in daily life. This study was conducted to identify the maximum flow based on graphs from the available data with several important stages in its completion. The research data used was in the form of the number of currents and capacities of the distribution of the trans Jogja network which had a route where the starting point was at the Bathesda hospital stop and the end point was located at the Malioboro 1 bus stop .
Keyword: maximum flow, graph theory, trans jogja route, transportation network

ABSTRAK
Yogyakarta adalah salah satu kota dengan tingkat penggunaan transportasi yang cukup tinggi. Transportasi sendiri adalah salah satu hal yang paling penting dalam kehidupan sehari-hari. Penelitian ini dilakukan untuk mengidentifikasi aliran maksimum berdasarkan graf dari data yang tersedia dengan beberapa tahapan-tahapan penting dalam penyelesaiannya. Data penelitian yang digunakan berupa jumlah arus dan kapasitas dari sebaran jaringan trans Jogja yang memiliki rute titik awal berada di halte rumah sakit Bathesda dan titik akhir yang terletak di halte Malioboro 1.
Kata Kunci: aliran maksimum, teori graf, rute trans jogja, jaringan transportasi

PENDAHULUAN

Graf pertama kali dikenalkan oleh seorang matematikawan Swiss yang Bernama Leonhard Euler. Ia berasil mengungkapkan misteri teka-teki jembatan konigsberg pada tahun 1736 (Rahayuningsih, 2018). Masalah jembatan konigsberg adalah teka-teki lama mengenai kemungkinan menemukan jalan setapak di tujuh jembatan yang membentang di sepanjang sebuah Sungai bercabang yang melewati sebuah pulau tapi tanpa melewati jembatan dua kali. Euler berpendapat bahwa tidak ada jalan semacam itu. Buktinya hanya mengacu pada susunan fisik jembatan. Namun intinya dia membuktikan teori pertama dengan teori graf.

Graf adalah struktur matematika yang terdiri dari simpul atau disebut juga nide atau vertek dan sisi atau edge yang menghubungkan dua simpul tersebut. Graf sering digunakan untuk menggambarkan hubungan antara objek, Dimana objek tersebut diwakili oleh simpul, dan hubungan antara objek diwakili oleh sisi. Graf mempunyai dua jenis yaitu graf terbuka dan graf tertutup, dimana dua jenis struktur graf tersebut memiliki perbedaan dalam cara simpul dan sisi diorganisasi (Buhaerah, 2019). Graf terbuka adalah jenis graf yang tidak memiliki batasan pada jumlah sisi yang terhubung kesimpul, memungkinkan simpul tersebut dengan lebih banyak simpul lain secara fleksibel. Graf tertutup adalah struktur dimana semua simpul terhubung dalam lingkaran, dan setiap simpul terhubung dengan simpul lainnya secara teratur. Dalam graf tertutup setiap simpul memiliki hubungan yang jelas dengan simpul tetangga, menciptakan pola yang lebih terstruktur dan terorganisir, seperti dalam siklus atau rantai yang membentuk satu kesatuan.

Menurut Johnsonbough (1986) jaringan adalah sebuah graf berarah yang sederhana dengan setiap sisi mempunyai kapasitas dengan sejumlah syarat antara lain terdapat simpul dalam graf yang tidak memiliki sisi masuk dan terdapat simpul yang tidak memiliki sisi keluar. Jaringan sering muncul di berbagai bidang dalam berbagai bentuk, seperti jaringan transportasi, jaringan Listrik, jaringan komunikasi, perencanaan proyek, manajemen sumber daya manusia dan lain-lain. Masalah jaringan ini bisa diselesaikan dengan beberapa cara : (1). Rute terpendek, (2). Rentang pohon minimum, dan (3). Aliran maksimum (Farizal, 2014; Kleinberg, 2005). Permasalahan lain yakni jalur terpendek dan Minimum Spanning Tree (MST) telah menjadi fokus penelitian penting dalam pengembangan teori graf dan aplikasinya. Rahmadi dkk (Rahmadi, 2024; Rahmadi, 2023; Subiyono 2020). dalam penelitiannya menjelaskan bahwa jalur terpendek, seperti yang dapat diselesaikan menggunakan algoritma Dijkstra, bertujuan menemukan lintasan dengan total bobot terkecil antara dua simpul pada graf berbobot positif. Di sisi lain, *Minimum Spanning Tree* menggunakan algoritma seperti Kruskal atau Prim untuk menentukan subgraf berbobot minimum yang mencakup semua simpul tanpa membentuk siklus. Rahmadi dkk. menyoroti bagaimana kedua konsep ini memiliki peran signifikan dalam aplikasi nyata, termasuk navigasi, perencanaan jaringan, dan pengelolaan infrastruktur termasuk konsep dimensi metrik (Rahmadi, 2024).

Dalam konteks aplikasinya, Rahmadi dkk (2024). juga menggarisbawahi perbedaan utama antara jalur terpendek dan MST. Jalur terpendek menekankan efisiensi perjalanan antar simpul tertentu, sedangkan MST berfokus pada koneksi seluruh simpul dengan biaya total minimum. Selain itu, Rahmadi dkk. menekankan pentingnya optimasi algoritma untuk meningkatkan efisiensi ketika diterapkan pada graf yang besar dan kompleks, seperti jaringan transportasi dan distribusi listrik. Studi ini memberikan dasar penting bagi penelitian lebih lanjut, termasuk pengembangan algoritma hibrida yang menggabungkan jalur terpendek dan MST untuk efisiensi yang lebih baik dalam pengelolaan jaringan besar dan kompleks.

Yogyakarta dikenal sebagai "Kota pelajar" karena peran besarnya dalam dunia pendidikan indonesia sejak abad ke-20. Kehadiran berbagai intitusi pendidikan ini menciptakan atsmosfer belajar yang mendalam, menarik pelajar dan Mahasiswa untuk datang dan belajar di Yogyakarta. Hal ini menyebabkan bertambahnya penduduk Yogyakarta. Dengan pertambahan penduduk ini, maka ada salah satu hal yang perlu disediakan adalah transportasi. Transportasi adalah suatu hal yang penting dalam kehidupan. Itu sebabnya dengan bertambahnya populasi maka haruslah juga disediakannya transportasi umum yang efisien. Karena hal inilah satu tempat ketempat lainnya memiliki arus yang bervariasi sesuai dengan kebutuhan penduduk Yogyakarta.

Hal ini menimbulkan pertanyaan yang mendalam mengenai aliran maksimum dari jarak yang bervariasi tersebut. Aplikasi dan studi kasus mendalam mengenai aliran maksimum trans Jogja inilah yang akan dijelaskan dalam paper ini. Penulis memilih sebaran jaringan dalam penggunaaan trans jogja di kota Yogyakarta dengan memilih titik awal yang terletak di Halte Universitas Islam Negeri Sunan Kalijaga dan titik akhir yang terletak salah satu halte Malioboro 1.

LANDASAN TEORI

Secara umum, graf dibagi menjadi 2 yaitu graf berarah dan graf tak berarah. Graf berarah adalah graf yang sisinya memiliki arah sedangkan graf yang tidak berarah adalah graf yang sisinya tidak mempunyai arah. Masalah aliran maksimum adalah tentang menemukan aliran (Farizal, 2014) melalui graf berarah dari suatu tempat ketempat lainnya.

Masalah aliran maksimum pertama kali dirumuskan pada tahun 1954 oleh T.E Harris sebagai model sederhana aliran lalu lintas kereta api soviet (Schrijver, 2008). Masalah aliran maksimum yang dirumuskan oleh T.E. Harris berbunyi "Petimbangan jaringan rel yang menghubungkan dua kota melalui sejumlah kota perantara, di mana setiap jalur jaringan memiliki nomor yang ditetapkan untuk mewakili kapasitasnya. Dengan asumsi kondisi stabil, temukan aliran maksimum dari suatu kota tertentu ke kota lainnya" (Ford & Fulkerson, 1954).

Dalam penentuannya, aliran maksimum memiliki dua banyak alternatif dalam pemecahan masalahnya, salah satunya yaitu dua algoritma yang terkenal yakni algoritma Dijkstra dan Algoritma Ford-Fulkerson.

1. **Algoritma Ford-Fulkerson.**

   Pada tahun 1955, Lester R. Ford dan Delbert R. Fulkerson menciptakan algoritma Ford-Fulkerson (Mahmasani, 2020). Algoritma ini merupakan algoritma pertama yang dibuat untuk masalah aliran maksimum. Algoritma ini sangat sederhana dan digunakan sebagai tahapan awal menuju algoritma yang lebih efesien. Karena Algoritma ini sederhana, maka algoritma ini sangat banyak digunakan untuk pemecahan masalah aliran maksimum.

   Langkah-langkah menentukan aliran maksimum menggunakan Algoritma Ford-Fulkerson :

a. Inisialisasi Aliran Awal:
   Setel aliran awal pada setiap sisi dalam graf menjadi nol.
b. Mencari Jalur Augmentasi:
   - Mulai dari simpul sumber (source), lakukan penelusuran untuk menemukan jalur yang terhubung ke simpul tujuan (sink) yang memiliki kapasitas sisa positif. Jalur ini disebut jalur augmentasi.
   - Jalur augmentasi bisa ditemukan menggunakan metode pencarian seperti Depth-First Search (DFS) atau metode lain yang sesuai.
c. Hitung Kapasitas Minimum:
   Setelah menemukan jalur augmentasi, identifikasi kapasitas sisa minimum dari semua sisi dalam jalur tersebut. Kapasitas minimum ini menunjukkan berapa banyak aliran tambahan yang bisa dilewatkan melalui jalur itu.
d. Perbarui Aliran:
   Tambahkan aliran yang baru dihitung ke setiap sisi pada jalur augmentasi. Sesuaikan juga kapasitas sisa (residual capacity) di sisi berlawanan mengurangi kapasitas dari jalur yang baru ditambah.
e. Ulangi Proses:
   Lanjutkan proses mencari jalur augmentasi baru dan memperbarui aliran hingga ‘tambahan yang bisa dialirkan melalui jalur.
f. Hasilkan Aliran Maksimum
   Jumlahkan semua aliran yang keluar dari simpul sumber untuk mendapatkan nilai aliran maksimum dalam graf.

2. Algorima Edmonds-Karp

Algoritma Edmonds-Karp pertama kali dikenalkan oleg seorang ilmuan Rusia yaitu Dinic pada tahun 1970. Lalu setelah itu, algoritma ini dikembangkan oleh Jack Edmonds dan Richard Karp pada tanun 1972 (Sutrisni, 2019). Algoritma Edmonds-Karp merupakan Algoritma penyempurna dari Ford-Fulkerson. Hal ini dikarenakan Algoritma Ford-Fulkerson belum memberikan metode pencarian jalur terugmentasi secara rinci (Yuriko, 2020).

Langkah-langkah menentukan aliran maksimum menggunakan Algoritma Edmonds-Karp :

a. Tentukan Kapasitas Minimum di Jalur
   Setelah menemukan jalur augmentasi, hitung kapasitas minimum dari semua sisi pada jalur tersebut. Kapasitas minimum ini menunjukkan seberapa banyak aliran tambahan yang bisa dialirkan melalui jalur.
b. Perbarui Aliran di Jalur Augmentasi:
   Tambahkan aliran sesuai dengan kapasitas minimum di setiap sisi jalur augmentasi. Perbarui pula kapasitas sisa pada jalur yang berlawanan.
c. Lanjutkan Pencarian Jalur Baru:
   Ulangi proses dengan mencari jalur augmentasi baru menggunakan BFS dan memperbarui aliran hingga tidak ada lagi jalur augmentasi yang ditemukan dari sumber ke tujuan.
d. Hasilkan Nilai Aliran Maksimum:
   Nilai aliran maksimum adalah jumlah dari semua aliran yang keluar dari simpul sumber, yang menunjukkan total aliran yang berhasil mencapai simpul tujuan.

METODE

Penelitian ini dimulai dari menemukan masalah. Dalam kasus ini, penulis mengambil data sekunder yang dilanjutkan dengan perumusan masalah.

Adapun metode pengambil data dalam penelitian ini adalah dengan menggunakan alat bantu seperti google maps untuk menemukan data serta membuat graf untuk keperluan penelitian ini.

Selanjutnya dilakukannya analisis dan pemecahan masalah. Dari berbagai sumber Pustaka yang menjadi bahan kajian dan pondasi dari penelitian ini, akan dilakukannya pemecahan masalah dengan Langkah-langkah sebagai berikut :

1) Mengidentifikasi masalah
2) Mencari data dan menggambar graf dari data yang didapatkan

3) Mencari aliran maksimum dari data tersebut.

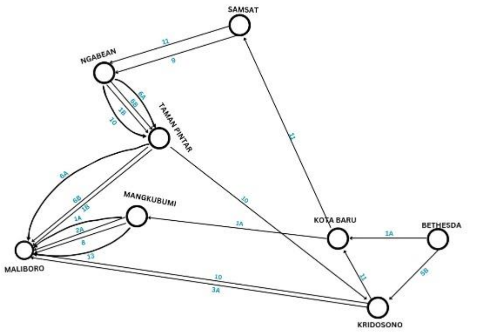
Metode terakhir dari penelitian ini adalah dengan penarikan Kesimpulan berdasarkan penelitian yang dilakukan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

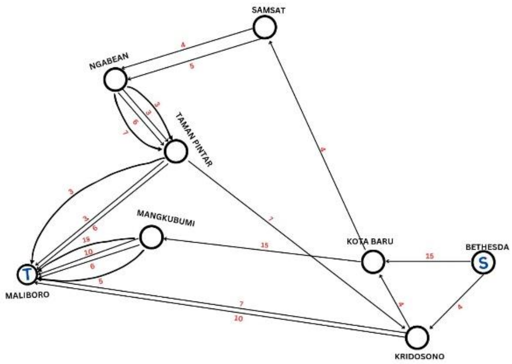
Dalam penelitian ini, penulis ingin mencari aliran maksimum pada jaringan transportasi yang berupa trans jogja. Berikut datanya:

Tabel 1. Tabel (1)

Bus	Armada
1A	15
2A	10
3A	10
6A	3
2B	10
5B	4
6B	3
9	5
10	7
11	4
13	5
15	10



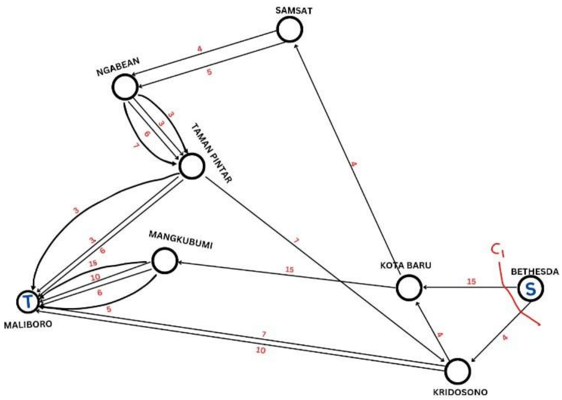
Gambar 1 Graf berarah dari rute halte Universitas Sunan Kalijaga ke halte Malioboro 1



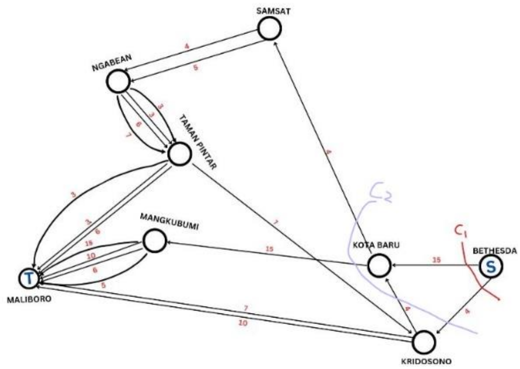
Gambar 2 Graf berarah dari rute halte Universitas Sunan Kalijaga ke halte Malioboro 1 berserta bobotnya

Gambar (2) Merupakan graf berarah dimana sudah diketahui bobotnya yaitu jumlah armada yang melitas berdasarkan data tabel (1)

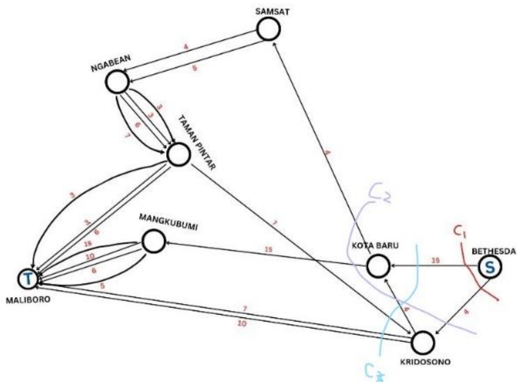
a. Mencari aliran maksimum
   1) Akan dibuat C1 untuk membagi graf menjadi dua set dimana set kedua berisi simpul awal (S) dengan set kedua berisi simpul lainnya (termasuk simpul tujuan (T) didalamnya). Dimana nilai C1=15+4=19



2) Selanjutnya kita akan memperluas halte BETHESDA(S) dengan membagi graf menjadi dua tetapi set pertama yang berisi halte BETHESDA(S) sekarang diperluas dengan menyertakan halte-halte yang berdekatan sesuai keinginan kita. Disini kita memilih C2 sebagai garis pemotong degan potongan ini didapatkan halte BETHESDA(S) dan halte KOTA BARU di himpunan S, dan halte lainnya berada di himpunan T. Total kapasitas armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 4+15+4=23, disini kita tidak menambahkan kapasitas dari jalur halte KRIDOSONO ke halte KOTA BARU karena jalur tersebut tidak meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T. Jadi jumlah maksimum armada yang melintasi potongan C2 adalah 23.

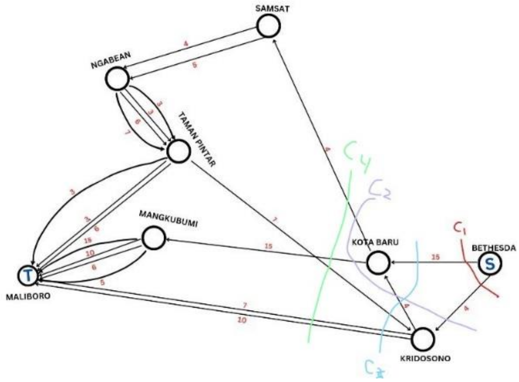


3) Sama dengan step sebelumnya kita akan memperluas himpunan S Hengan menambahkan halte-halte yang berdekatan menjadi bagian himpunan S. Disini kita memotong graf dengan C3 dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S) dan halte KRIDOSONO, dan halte-halte sisanya berada di himpunan T. Total kapasitas armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 15+4+7+10=36. Jadi jumlah armada yang melintasi potongan C3 adalah 36.

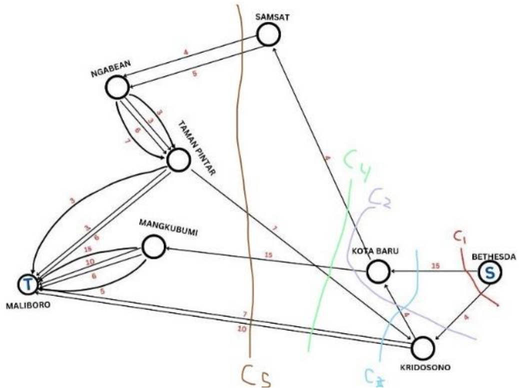


4) Pada step-step selanjutnya kita akan memperluas himpunan S secara berkala dan memperkecil himpunan T secara sampai dimana himpunan T hanya berisi halte Malioboro1(T). Pada proses pemotongan kali ini kita membbagi graf dengan C4 dimana Disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte KRIDOSONO. Serta

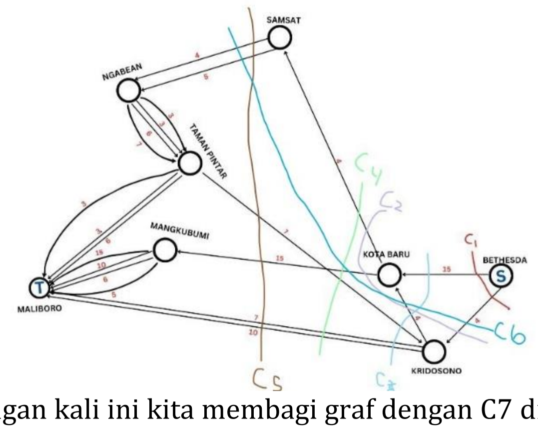
himpunan T berisi halte-halte sisanya. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 4+15+7+10=36. Jadi jumlah armada yang melintasi C4 adalah 36.



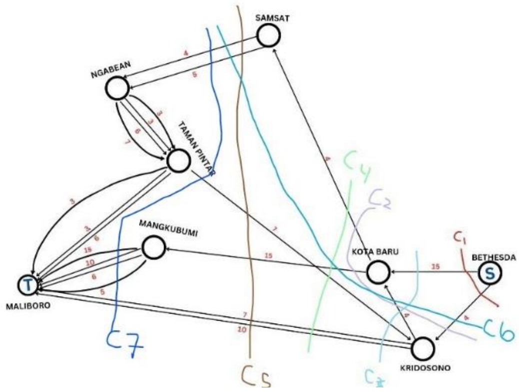
5) Pada proses pemotongan kali ini kita membbagi graf dengan C5 dimana Disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte KRIDOSONO, halte SAMSAT. Serta himpunan T berisi halte-halte sisanya. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 4+5+15+7+10=41. Jadi jumlah armada yang melintasi C5 adalah 41



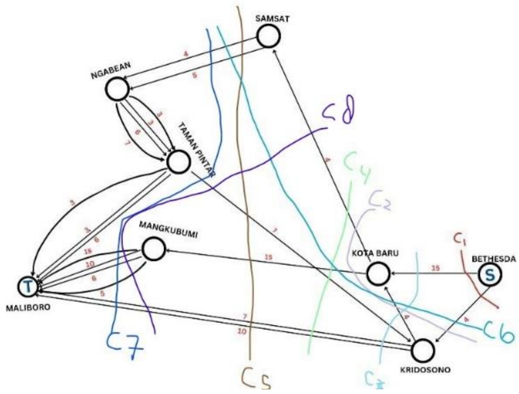
6) Pada proses pemotongan kali ini kita membbagi graf dengan C6 dimana Disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte SAMSAT. Serta himpunan T berisi halte-halte sisanya. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 4+5+15+4=28. Jadi jumlah armada yang melintasi C6 adalah 28.



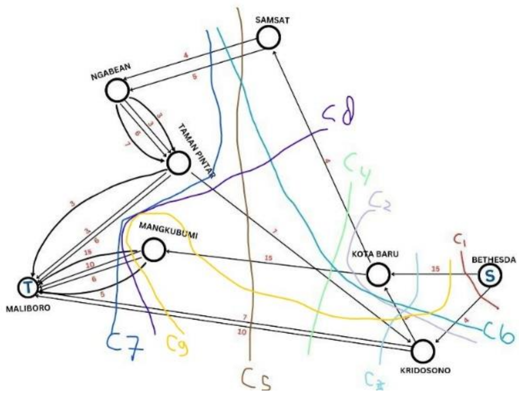
7) Pada proses pemotongan kali ini kita membagi graf dengan C7 dimana disini kita memperluas himpunan S yang berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte KRIDOSONO, halte MANGKUBUMI. Serta himpunan T berisi halte MALIOBORO(T), halte NGABEAN, halte TAMAN PINTAR. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 4+5+15+10+6+5+7+10=62. Jadi jumlah armada yang melintasi C7 adalah 62.



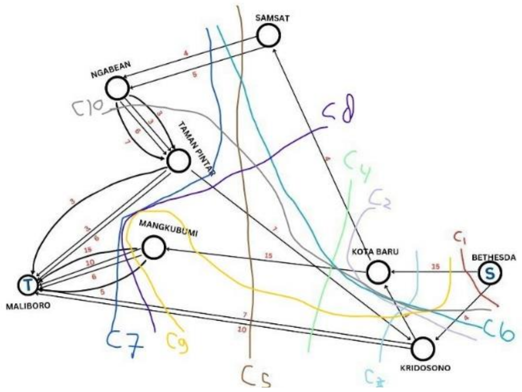
8) Pada proses pemotongan kali ini kita membbagi graf dengan C8 dimana Disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte KRIDOSONO, halte MANGKUBUMI. Serta himpunan T berisi halte MALIOBORO(T), halte NGABEAN, halte TAMAN PINTAR, halte SAMSAT. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 4+15+10+6+5+7+10=57. Jadi jumlah armada yang melintasi C8 adalah 57.



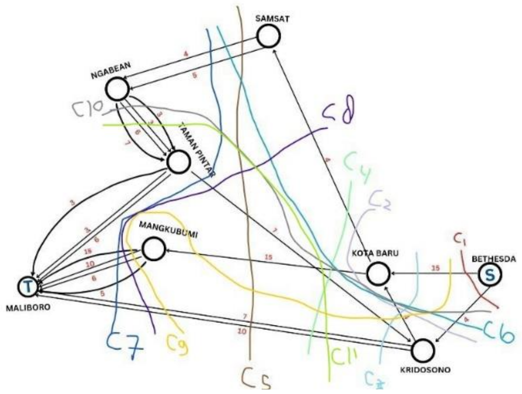
9) Pada proses pemotongan kali ini kita membagi graf dengan C9 dimana disini kita memperluas himpunan S yang mana himpunan S berisi halte BETHESDA (S), halte KRIDOSONO, dan halte MANGKUBUMI. Serta himpunan T berisi halte MALIOBORO(T), halte NGABEAN, halte TAMAN PINTAR, halte KOTA BARU, dan halte SAMSAT. Total armada yang meninggalkan himpunan S menuju himpunan T ada 15+4+15+10+6+5+7+10=72. Jadi jumlah armada yang melintasi C9 adalah 72.



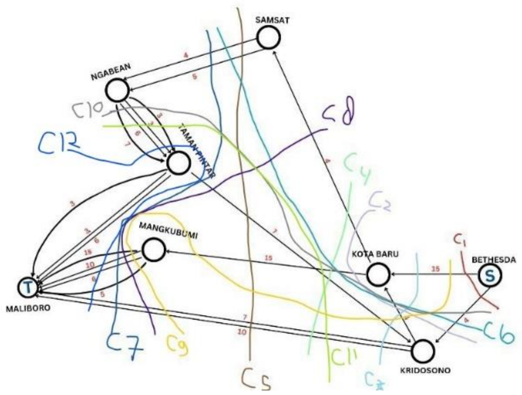
10) Pada proses pemotongan kali ini kita membagi graf dengan C10 dimana Disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte SAMSAT, halte NGABEAN. Serta himpunan T berisi halte MALIOBORO(T), halte TAMAN PINTAR, halte KRIDOSONO, halte MANGKUBUMI. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 4+15+3+3+6+7=38. Jadi jumlah armada yang melintasi C10 adalah 38.



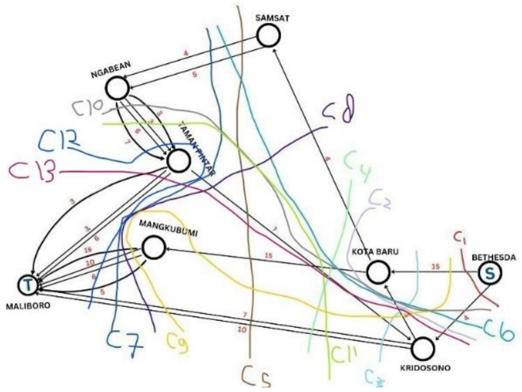
11) Pada proses pemotongan kali ini kita membagi graf dengan C11 dimana disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte KRIDOSONO, halte SAMSAT, halte NGABEAN. Serta himpunan T berisi halte MALIOBORO(T), halte TAMAN PINTAR, halte MANGKUBUMI. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 15+7+10+15+3+3+6+7=66. Jadi jumlah armada yang melintasi C11 adalah 66.



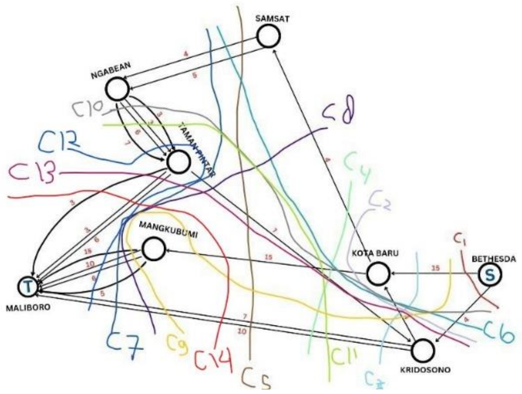
12) Pada proses pemotongan kali ini kita membagi graf dengan C12 dimana Disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte KRIDOSONO, halte SAMSAT, halte NGABEAN, halte MANGKUBUMI. Serta himpunan T berisi halte MALIOBORO(T), halte TAMAN PINTAR. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 3+3+6+7+15+10+6+5+7+10=72. Jadi jumlah armada yang melintasi C12 adalah 72.



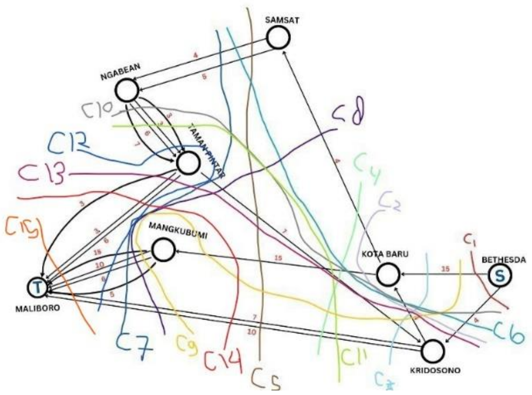
13) Pada proses pemotongan kali ini kita membagi graf dengan C13 dimana Disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte SAMSAT, halte NGABEAN, halte TAMAN PINTAR. Serta himpunan T berisi halte MALIOBORO(T), halte KRIDOSONO, halte MANGKUBUMI. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 3+3+6+15+7+4=38. Jadi jumlah armada yang melintasi C13 adalah 38.



14) Pada proses pemotongan kali ini kita membagi graf dengan C14 dimana Disini kita memperluas himpunan S dimana himpunan S berisi halte BETHESDA(S), halte KOTA BARU, halte SAMSAT, halte NGABEAN, halte TAMAN PINTAR, halte KRIDOSONO. Serta himpunan T berisi halte MALIOBORO(T), halte MANGKUBUMI. Total armada yang meninggalkan himpunan S dan menuju himpunan T ada 3+3+6+15+7+10=44. Jadi jumlah armada yang melintasi C14 adalah 44



15) Pada proses pemotongan kali ini kita membagi graf dengan C15 dimana disini kita memperluas himpunan S yang mana himpunan S berisi halte BETHESDA(S) halte KOTA BARU, halte SAMSAT, halte NGABEAN, halte TAMAN PINTAR, halte KRIDOSONO, dan halte MANGKUBUMI. Serta himpunan T hanya berisi halte MALIOBORO(T). Total Armada yang meninggalkan himpunan S menuju himpunan T ada 3+3+6+15+10+6+5=48. Jadi jumlah armada yang melintasi C15 adalah 48.



16) Dari semua potongan yang dilewati, jumlah armada paling sedikit adalah potongan C1 yaitu dengan jumlah armada yang melintas ada 19. Sehingga maksimum armada pada rute bus trans jogja dari halte BETHESDA ke halte MALIOBORO adalah 19.

KESIMPULAN DAN SARAN

Graf adalah struktur matematika yang terdiri dari simpul atau disebut juga node atau vertek dan sisi atau edge yang menghubungkan dua simpul tersebut. Masalah aliran maksimum adalah tentang menemukan aliran maksimum melalui graf berarah dari suatu tempat ketempat lainnya.

Setelah dilakukannya penelitian mengenai aliran maksimum secara langsung maka didapatkannya aliran maksimum dari arus trans Jogja dari Halte Bethesda ke Halte Malioboro 1 adalah sebesar 19.

REFERENCES

Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., & Orlin, J. B. (1993). Network Flows: Theory, Algorithms, and Applications. Prentice Hall.

Albar, W., Rahmadi, D., & Dewi, K. (2023). The Implementation of Minimum Spanning Tree in Finding Algebraically the Shortest Path of National-Exam-Sheet Distribution in All Senior High Schools over Bantul Regency. Basis : Jurnal Ilmiah Matematika, 2(1), 78-82. doi:10.30872/basis.v2i1.1111

Buhaerah, Busrah, Z., & Sanjaya, H. (2019). Teori Graf dan Aplikasinya. In *Living Spiritual Quotient*.

Cormen, T. H., Leiserson, C. E., Rivest, R. L., & Stein, C. (2009). Introduction to Algorithms (3rd ed.). MIT Press.

Fakultas dan Program Studi Universitas Gadjah Mada. "Sejarah Universitas Gadjah Mada." Diakses pada 2023.

Farizal, T., & Suyitno, H. (2014). Unnes Journal of Mathematics PENCARIAN ALIRAN MAKSIMUM DENGAN ALGORITMA FORD-FULKERSON (Studi Kasus pada Jaringan Listrik Kota Tegal). *Ujm*, *3*(1). http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujm

Kleinberg, J., & Tardos, É. (2005). Algorithm Design. Pearson.

Poespowardojo, Soedjatmoko. Ki Hadjar Dewantara dan Pemikiran Pendidikan Nasional. Jakarta: Balai Pustaka, 1999

Rahayuningsih, S. (2018). Teori Graph dan Penerapannya. *Program Studi Pendidikan Matematika IKIP Budi Utomo Malang*, 1–151. https://srirahayuningsih82.wordpress.com/wp-content/uploads/2019/02/buku-ajar-teori-graph.pdf

Rahmadi, D., & Herdianti, R. (2024). Penerapan Minimum Spanning Tree dalam Menentukan Rute Terpendek pada Wisata di Kota Wonogiri. Basis : Jurnal Ilmiah Matematika, 3(2), 31-39. doi:10.30872/basis.v3i2.1390

Rahmadi, D., Ramadhani, I. N., Dheana, C. E., & Mustamin, M. A. (2024). Modeling Network Problem using Metric Dimension: Applied Algorithm on Corona Graph. Mathematical Journal of Modelling and Forecasting, 2(1), 20–26. https://doi.org/10.24036/mjmf.v2i1.21

Rahmadi, D., Maharani, N. P., Syifa, M. R., Sama, S. A., & Ardiansyah, G. F. (2024). Optimasi Pemasangan Kabel Internet Antar Daerah Kabupaten Sleman Menggunakan Minimum Spanning Tree. Journal of Mathematics Theory and Applications, 2(2), 24–33. https://doi.org/10.32938/j-math22202424 - 33

Rahmadi, D. (2024). MIXED METRIC DIMENSION OF DOUBLE FAN GRAPH. Jurnal Diferensial, 6(1), 52-56. https://doi.org/10.35508/jd.v6i1.12526

Rahmadi, D. (2023). On Finding Shortest Path Over Vocational High School in Yogyakarta Based on Graph Theory Algorithm. Mathematical Journal of Modelling and Forecasting, 1(2), 10–14. https://doi.org/10.24036/mjmf.v1i2.14

Rahmadi, D., & Sandariria, H. (2023). Penerapan Minimum Spanning Tree dalam Menentukan Rute Terpendek Distribusi Naskah Soal USBN di SMA Negeri se- Sleman. Basis : Jurnal Ilmiah Matematika, 2(1), 66-71. doi:10.30872/basis.v2i1.1084

Sudibyo, N. A., Setyawan, P. E., & Hidayat, Y. P. S. R. (2020). Implementasi Algoritma Dijkstra Dalam Pencarian Rute Terpendek Tempat Wisata Di Kabupaten Klaten. Riemann: Research of Mathematics and Mathematics Education, 2(1), 1–9.

Sudibyo, N. A., Purwanto, T., & Rahmadi, D. (2020). Minimum Spanning Tree Pada Distribusi Bahan Naskah USBN SD/MI Di Kabupaten Sragen. Riemann: Research of Mathematics and Mathematics Education, 2(2), 64-69.

Schrijver, A. (2008). Flows in railway optimization. *Nieuw Archief Voor Wiskunde*, *2*, 126–131. http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.160.5445&rep=rep1&type=pdf

Subkhi Mahmasani. (2020). *View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk*. 274–282.

Sutrisni, N., Rosyida, I., & Asih, T. S. N. (2019). Implementasi Algoritma Edmonds Karp Dalam Pencarian Aliran Maksimum Pada Jaringan Listrik. *Jurnal Ilmiah Matematika*, *6*(1), 1. https://doi.org/10.26555/konvergensi.v6i1.19543

Sedgewick, R., & Wayne, K. (2011). Algorithms (4th ed.). Addison-Wesley.

Skiena, S. S. (2008). The Algorithm Design Manual (2nd ed.). Springer.