

IMPLEMENTASI BENTUK DUALITAS DAN ANALISA SENSITIVITAS MASALAH GOAL PROGRAMMING

Talisadika Serrisanti Maifa, Siprianus Suban Garak, Wara Sabon Dominikus
Universitas Timor, Universitas Nusa Cendana, Universitas Nusa Cendana
talisadikamaifa@unimor.ac.id

ABSTRAK

Penelitian ini merupakan penelitian dasar yang bertujuan untuk mengkaji apakah bentuk dual dan analisa sensitivitas goal programming dapat diimplementasikan dalam kasus-kasus goal programming. Metode penyelesaian yang digunakan adalah metode grafik dan simpleks. Hasil penelitian menunjukkan bahwa teori bentuk dual dan analisa sensitivitas Goal Programming dapat diimplementasikan pada masalah-masalah Goal Programming. Solusi optimal diperoleh dengan menggunakan metode grafik dan simpleks.

Kata kunci: Goal Programming, Bentuk Dual, Analisa Sensitivitas.

ABSTRACT

This research is a basic research that aims to examine whether Dual forms and sensitivity analysis of Goal Programming can be implemented in Goal Programming cases. The solution method used are the graph and simplex method. The results show that the Dual form theory and sensitivity analysis of Goal Programming can be implemented on Goal Programming problems. The optimal solution is obtained using graph and simplex methods.

Keywords: Goal Programming, Dual forms, Sensitivity Analysis

Pendahuluan

Sebuah perusahaan atau industri yang bergerak dalam bidang produksi barang misalnya dalam kegiatan usahanya selalu merencanakan kegiatan yang pada dasarnya ingin menghasilkan profit atau keuntungan yang besar namun dengan biaya produksi dan penggunaan bahan baku yang seminim mungkin. Berhadapan dengan keinginan ini, analisis Program Linear (PL) kemudian memberikan jaminan solusi yang baik dengan teknik pemodelan masalah terlebih dahulu. Ada 2 metode umum yang sering digunakan dalam penyelesaian model program linear yaitu metode grafik dan simpleks. Metode grafik digunakan untuk model dengan dua variabel sedangkan metode simpleks dapat digunakan untuk dua atau lebih variabel yang ada pada model.

Penyelesaian dengan metode grafik dan simpleks pada kenyataannya masih memberikan celah akan sebuah pertanyaan bagaimana jika nilai – nilai koefisien variabel pada model yang ada diubah karena tujuan atau pertimbangan tertentu. Artinya dianalisis lagi perubahan – perubahan koefisien variabel yang selanjutnya disebut sebagai parameternya yang memungkinkan analisis awal dengan salah satu metode yang digunakan sebelumnya masih tetap dipertahankan atau tidak. Analisis ini yang kemudian disebut analisis sensitivitas. Tujuan akhir dari analisis ini adalah untuk memperoleh informasi tentang pemecahan optimum yang baru yang dimungkinkan dengan perhitungan tambahan yang minimal. (Taha, 1996).

Analisa sensitivitas pada dasarnya memanfaatkan kaidah primal – dual metode simpleks semaksimal mungkin. Primal – dual atau konsep dualitas merupakan konsep yang menyatakan bahwa setiap permasalahan program linier (primal) memiliki hubungan dengan permasalahan program lainnya (dual) (Hiller, 2008). Namun kenyataannya sebuah perusahaan tidak selalu berhadapan dengan masalah – masalah yang dapat dipecahkan secara sederhana menggunakan model program linier. Ketika terdapat beberapa sasaran atau target yang ingin dicapai maka semua target tersebut menjadi tujuan yang hendak

dicapai. Permasalahan seperti itu sedikit berbeda dengan masalah PL yang selalu ditemukan. Berdasarkan kebutuhan seperti ini maka dikembangkan sebuah teknik analisis yakni Goal Programming (GP) yang merupakan pengembangan dari program linier yang memiliki pengertian sebagai program linier yang terdiri dari beberapa tujuan (Siswanto, 2007).

Pentingnya bentuk dual, analisa sensitivitas dan parameterik bagi program linear mengakibatkan pentingnya hal-hal ini pun bagi Goal Programming. Maifa (2014) telah menguraikan langkah-langkah dalam menemukan bentuk dualitas dan analisa sensitivitas dari masalah Goal Programming. Teori inilah yang kemudian coba diimplementasikan pada permasalahan Goal Programming.

Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian murni yang juga biasa disebut penelitian dasar yang diperuntukkan bagi pengembangan suatu ilmu pengetahuan serta diarahkan pada pengembangan teori-teori yang ada (Dharma, 2008). Penelitian menggunakan metode Matematika yakni menyelesaikan model Matematika dari permasalahan yang dikemukakan berdasarkan studi literatur.

Hasil Penelitian dan Pembahasan

Formulasi untuk Goal Programming pada dasarnya sama dengan formulasi program linier biasa, dimana asumsi – asumsi, notasi, formulasi, model matematis, prosedur perumusan model, dan penyelesaiannya tidak berbeda. Perbedaannya hanya terletak pada adanya sepasang variabel deviasional yang akan muncul di fungsi tujuan dan fungsi – fungsi kendala. Sehingga, konsep dasar program linier akan selalu melandasi pembahasan model goal programming.

Bentuk Dual Goal Programming.

Persoalan program linier terdiri dari primal dan dual, dimana pemecahan persoalan primal sekaligus menghitung pemecahan masalah dualnya. Berikut adalah bentuk primal dan dual dari masalah Goal Programming (Maifa, 2014).

Primal Goal Programming.

$$\text{Minimumkan } Z = \sum_{i=1}^m c_i x_i$$

Syarat ikatan

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

.

.

.

.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

Dimana $x_1, x_2, \dots, x_j \geq 0$

Untuk $i = 1, 2, \dots, m$

$$j= 1, 2, \dots, n$$

Dual Goal Programming.

$$\text{Max } b_1 y_1 + b_2 y_2 + \dots + b_n y_n$$

Syarat ikatan

$$a_{11}y_1 + a_{21}y_2 + \dots + a_{n1}y_n \leq c_1$$

$$a_{12}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{n1}y_n \leq c_2$$

.
 .
 .
 .

$$a_{1m}x_m + a_{2m}x_m + \dots + a_{nm}y_m \leq c_m$$

dengan y_n tidak tentu maka $y_n = y_{n1} - y_{n2}$ dan $y_{n1}, y_{n2} \geq 0$

Seperti pada masalah program linier yaitu ketika menyelesaikan suatu masalah primal goal programming maka dengan sendirinya penyelesaian untuk masalah dualnyapun didapatkan. Hal – hal tersebut antara lain :

1. Nilai maksimum fungsi tujuan primal sama dengan nilai minimum fungsi tujuan dual
2. Nilai optimal variabel keputusan primal sama dengan nilai dual price dual.
3. Nilai dual price primal sama dengan nilai optimal variabel keputusan dual.

Perhatikan tabel berikut

Tabel 1. Simpleks akhir dual

Vdb	B	y_1	y_2	...	y_n	...	s_1	s_2	...	s_n
$Z_j - C_j$	Z	$Z_1 - C_1$	$Z_2 - C_2$...	$Z_n - C_n$		x_1	x_2	...	x_n

Analisa Sensitivitas dan Parametrik Goal Programming

Analisa sensitivitas goal programming terhadap perubahan parameter nilai ruas kanan pada fungsi kendala sasaran akan ditunjukkan dengan permasalahan goal programming 2 variabel yang akan diselesaikan dengan metode grafik maupun metode simpleks (Maifa, 2014)

$$Z = \text{MIN } DA1 + DB1 + DA2 + DB2 + DB3 + DA3$$

St

$$\text{I } ax_1 + bx_2 + db1 - da1 = e$$

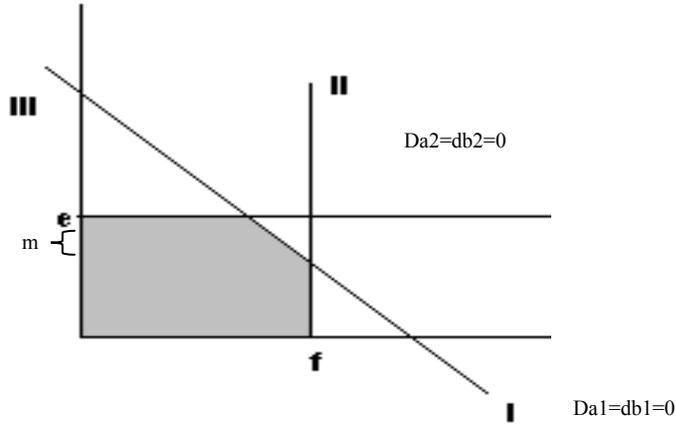
$$\text{II } cx_1 + db2 - da2 = f$$

$$\text{III } dx_2 + db3 - da3 = g$$

Penyelesaian

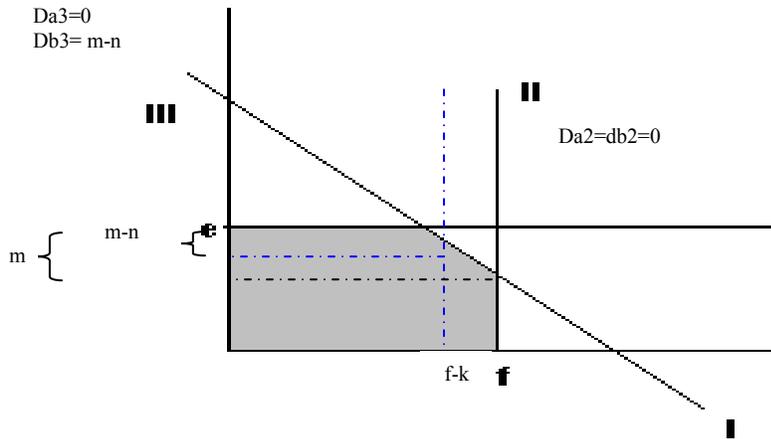
Grafik 1. Solusi optimal masalah goal programming

Da3=0
 Db3= m-n



Grafik 2. Solusi optimal setelah perubahan pada ruas kanan

Da3=0
 Db3= m-n



$n < m$ dan $k < f$

Tabel 2. Simpleks akhir dari grafik 1

c_b	VdB	B	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DA_2	DB_2	Da3	DB_3	s_1	s_2	s_3
0	x_1	F	1	0	0
0	x_2	E	0	1	0
1	DB_3	M	0	0	1
$Z_j - C_j$	Z	M	n

Tabel 3. Simpleks akhir dari grafik 2

c_b	VdB	B	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DA_2	DB_2	Da3	DB_3	s_1	s_2	s_3
0	x_1	f-k	1	0	0
0	x_2	e-m+n	0	1	0
1	DB_3	m-n	0	0	1
$Z_j - C_j$	Z	m-n	n

Implementasi Bentuk Dualitas dan Analisa Sensitivitas Goal Programming.

Pada bagian ini akan dikaji sebuah permasalahan goal programming. Masalah dengan beberapa prioritas yang ingin dicapai oleh sebuah perusahaan. Adapun permasalahannya adalah sebagai berikut:

Sebuah industri yang bergerak dalam bidang tekstil yang memproduksi dan menjual batik capnya di dalam dan luar negeri. Adapun data untuk proses produksi sebagai berikut:

Tabel 4. Data proses produksi

Jenis batik	Waktu yang dibutuhkan untuk proses produksi setiap jenis		Keuntungan yang dihasilkan
	Produksi	Pengepakan	
Kualitas lokal	1	1	15.000
Kualitas ekspor	3	1	25.000
Jumlah waktu kerja pada setiap bagian	60	40	

Sasaran yang ditetapkan industri adalah sesuai prioritas. Urutan prioritas antara lain :

- P1*: Mendapatkan keuntungan sebesar 600.000
- P2*: Waktu kerja pada bagian produksi paling sedikit 60 jam
- P3*: Waktu kerja pada bagian pengepakan paling sedikit 40 jam

Dari informasi yang ada buatlah :

1. Bentuk primal - dual masalah di atas dan solusi optimalnya.
2. Bagaimanakah analisa sensitivitas untuk perubahan perubahan yang mungkin terjadi terhadap jam kerja yang ada dan pengaruhnya terhadap solusi optimal yang telah diperoleh sebelum terjadi perubahan.
3. Bagaimanakah analisa parametrik terhadap perubahan – perubahan yang mungkin terjadi.

Penyelesaian:

Misalkan :

x_1 = Jumlah produksi batik kalitas lokal

x_2 = Jumlah produksi batik kalitas ekspor

Peubah – peubah deviasional :

DB1 : Jumlah target keuntungan tidak tercapai

DA1 : Jumlah target keuntungan terlewatkan

DB2 : Waktu kerja pada bagian produksi yang ditargetkan tidak tercapai.

DB3 : Waktu kerja pada bagian pengepakan yang ditargetkan tidak tercapai

a. Bentuk Primal Dual dan Solusi Optimal

Primal

$$\text{Min } p_1 DA_1 + p_1 DB_1 + p_2 DB_2 + p_2 DB_3$$

Syarat ikatan

$$15x_1 + 25x_2 + DB_1 - DA_1 = 600$$

$$x_1 + 3x_2 + DB_2 = 60$$

$$x_1 + x_2 + DB_3 = 40$$

$$\text{Dan } x_1, x_2, DA_1, DB_1, DB_2, DB_3 \geq 0$$

Dual

$$\text{Maks } 600y_1 + 60y_2 + 40y_3$$

$$\text{ST } 15y_1 + y_2 + y_3 \leq 0$$

$$25y_1 + 3y_2 + y_3 \leq 0$$

$$y_1 \leq 1$$

$$-y_1 \leq 1$$

$$y_2 \leq 1$$

$$y_3 \leq 1$$

$$\text{Dan } y_1, y_2, y_3 \text{ tidak terbatas}$$

Menjadi

Maks $600y_{11} - 600y_{12} + 60y_{21} - 60y_{22} + 40y_{31} - 40y_{32}$

Syarat ikatan

$$15y_{11} - 15y_{12} + y_{21} - y_{22} + y_{31} - y_{32} \leq 0$$

$$25y_{11} - 25y_{12} + 3y_{21} - 3y_{22} + y_{31} - y_{32} \leq 0$$

$$y_{11} - y_{12} \leq 1$$

$$-y_{11} + y_{12} \leq 1$$

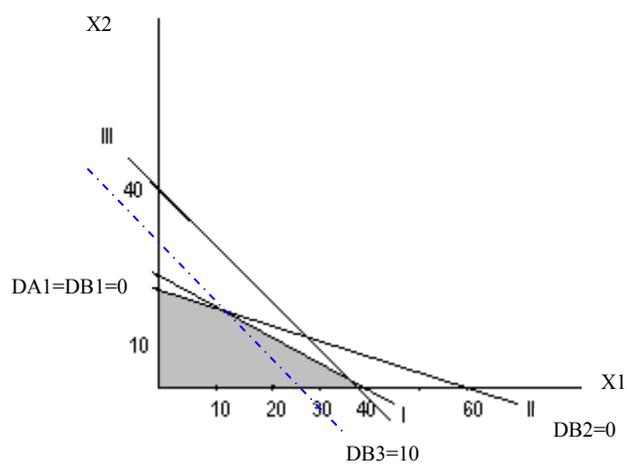
$$y_{21} - y_{22} \leq 1$$

$$y_{31} - y_{32} \leq 1$$

dengan $y_{n1}, y_{n2} \geq 0$

Solusi Optimal diperoleh dari masalah primal, sebagai berikut

Grafik 3. Grafik solusi



Tabel 5 Tabel simpleks primal

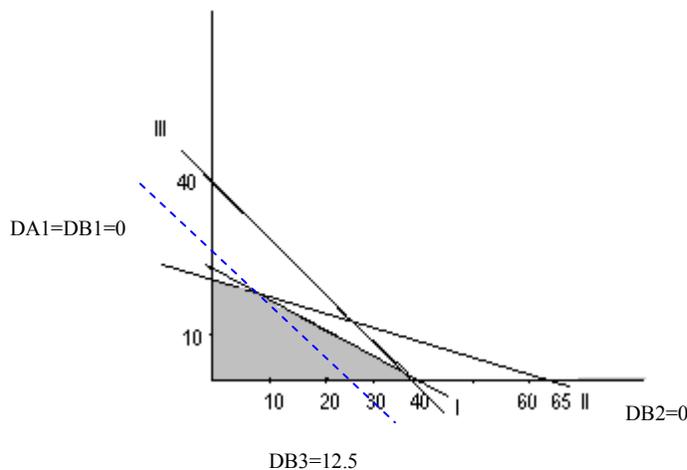
			0	0	p_1	p_1	p_2	p_2	0	0	0
c_b	VdB	B	x_1	x_2	DA_1	DB_1	DB_2	DB_3	s_1	s_2	s_3
p_1	DB_1	600	15	25	-1	1	0	0	1	0	0
p_2	DB_2	60	1	(3)	0	0	1	0	0	1	0
p_2	DB_3	40	1	1	0	0	0	1	0	0	1
Z_j	p_1	600	15	25	-2	0	0	0	1	0	0

C_j	p_2	100	2	4	0	0	0	0	0	1	1
p_1	DB_1	100	(20/3)	0	-1	1	-25/3	0	1	-25/3	0
0	x_2	20	1/3	1	0	0	1/3	0	0	1/3	0
p_2	DB_3	20	2/3	0	0	0	-1/3	1	0	-1/3	1
Z_j -	p_1	100	20/3	0	-2	0	-25/3	0	1	-25/3	0
C_j	p_2	20	2/3	0	0	0	-4/3	1	0	-1/3	1
0	x_1	15	1	0	-3/20	3/20	-5/4	0	3/20	-5/4	0
0	x_2	15	0	1	1/20	-1/20	3/4	0	-1/20	3/4	0
p_2	DB_3	10	0	0	1/10	-1/10	1/2	1	-1/10	1/2	1
Z_j -	p_1	0	0	0	-1	-1	0	0	0	0	0
C_j	p_2	10	0	0	1/10	-1/10	-1/2	0	-1/10	1/2	1

Diperoleh penyelesaian optimal yaitu memproduksi batik kalitas lokal sebanyak 15 unit dan batik kalitas ekspor sebanyak 15 unit dimana prioritas pertama terpenuhi namun prioritas kedua yakni waktu kerja pada bagian pengepakan paling sedikit 40 jam terpenuhi tidak terpenuhi.

- b. Analisa sensitivitas dapat dilihat dari informasi tabel simpleks akhir. Jika Waktu kerja pada bagian produksi ditambahkan sebanyak 5 jam menjadi 65 maka solusinya akan tetap optimal dimana nilai Z atau nilai fungsi tujuan akan menjadi 10,25 yang artinya ketidaktercapaian sasaran ketiga menjadi bertambah besar. Daerah solusinya dapat dilihat pada grafik berikut.

Grafik 4. Grafik analisa sensitivitas



Simpulan dan Saran

Simpulan

Teori dualitas dan analisa sensitivitas masalah goal programming dapat diimplementasikan kepada permasalahan dengan banyak prioritas, yang merupakan ciri dari masalah goal programming.

Saran

Peneliti lainnya dapat melanjutkan penelitian aplikasi dengan menggunakan konsep dualitas, analisa sensitivitas dalam bidang industri (perusahaan – perusahaan yang memproduksi dan menjual satu atau beberapa produk) atau bidang terkait lainnya.

Daftar Pustaka

- Aminudin. (2005). Prinsip – Prinsip Riset Operasi. Jakarta : Erlangga.
Dharma Surya. (2008). Pendekatan, Jenis, dan Metode Penelitian Pendidikan. Ditjen PMPTK.
Hiller, Frederick & Gerald Lieberman. (2008). Introduction To Operations Research Jilid I. Yogyakarta: Andi.
Kakiay, Thomas. (2008). Pemrograman Linier. Yogyakarta: Andi.
Maifa, Talisadika (2014). Kajian Dualitas dan Analisa Sensitivitas Masalah Goal Programming. Prosiding Konferensi Nasional Matematika 17. Institut Teknologi 10 November. 985-995.
Siswanto. (2007). Operations Research. Jakarta: Erlangga.
Subagyo, Pangestu. (1983). Dasar – Dasar Operasi Riset. Yogyakarta : BP FE.
Sukmadinata, Nana. (2008). Metode Penelitian Pendidikan. Bandung: Remaja Rosdakarya.
Taha, hamdy. (1996). Riset Operasi. Jakarta : Binarupa Aksara.