J-MATH
Journal of Mathematics Theory and Applications
Vol. 1, No. 1, Oktober 2022, pp. 34 – 38

Penentuan Titik Tetap dan Matriks Jacobi Model Matematika Strategi Pengendalian Kebakaran Hutan

Emilia Juliyanti Bria[1], Elinora Naikteas Bano[2*], Dicky Frengky Hanas[3]
[1,3] Program Studi Biologi, Universitas Timor
[2*] Program Studi Matematika, Universitas Timor
email:
[1]emiliajuliyanti@gmail.com [2*]iranaikteas@gmail.com [3]dfhanas68@gmail.com

ABSTRACT
Forest is one of the assets owned by the community around the forest. Forest destruction is a problem for communities around the forest who depend on available forest resources every day for their lives. The purpose of this research is to look at the dynamics of forest resource destruction and its control strategies. The model equation obtained is a system of non-linear differential equations, from the system then fixed point and Jacobi matrix are determined. From the analysis results, seven fixed points are obtained, then the Jacobi matrix is determined from each fixed point.
Keyword: Mathematical_model; fixed point; Jacobi_matrix

ABSTRAK
Hutan merupakan salah satu aset yang dimiliki oleh masyarakat disekitar hutan. Kerusakan hutan merupakan masalah bagi masyarakat disekitar hutan yang setiap hari menggantungkan hidupnya dari sumber daya hutan yang tersedia. Tujuan dari penelitian ini yaitu melihat dinamika kerusakan sumber daya hutan dan strategi pengendaliannya. Persamaan model yang diperoleh yaitu sistem persamaan diferensial non linear, dari sistem kemudian ditentukan titik tetap dan matriks Jacobi. Dari hasil analisis, diperoleh tujuh titik tetap, kemudian ditentukan matriks Jacobi dari masing-masing titik tetap.
Kata Kunci: Model_matematika; Titik_tetap; Matriks_jacobi

PENDAHULUAN

Hutan merupakan salah satu aset yang dimiliki masyarakat disekitar hutan. Kerusakan hutan merupakan masalah bagi masyarakat disekitar hutan yang setiap hari menggantung hidupnya dari sumber daya hutan. (Sarbi, 2018) mengatakan bahwa peningkatan jumlah manusia akan diikuti dengan laju peningkatan konsumsi terhadap berbagai sumber alam termasuk hutan pun meningkat sehingga semakin sulit untuk membendung kerusakan hutan. Model matematika memiliki peranan penting dalam memodelkan permasalahan kehidupan, salah satunya adalah masalah ekologi. Masalah kerusakan hutan dapat diatasi dengan memodelkannya dalam model matematika. Model matematika pada penelitian ini menggunakan kompartemen strategi penanggulangan kebakaran hutan dan kebakaran hutan.

Beberapa peneliti terdahulu telah mengkaji tentang dinamika kerusakan hutan. Diantaranya (Suci et al., 2014) menganalisis tentang model matematika kerusakan sumber daya hutan di Indonesia kemudian (Mohamad et al., 2019) telah menganalisis model matematika kerusakan hutan dengan memperhatikan faktor industri dan kebakaran. Berdasarkan penelitian (Suci et al., 2014), kami merekonstruksi model dengan menambahkan faktor kebakaran hutan dan strategi penanggulangan kebakaran hutan, kemudian menentukan titik tetap dari sistem persamaan diferensial dan matriks Jacobi dari masing-masing titik tetap.

METODE

Penelitian ini menggunakan metode penelitian studi literatur yaitu mengkaji buku, jurnal dan artikel-artikel ilmiah mengenai model matematika kerusakan hutan.

Beberapa langkah yang dilakukan yaitu:

1. Merekontruksi model matematika,
2. Menentukan titik tetap,
3. Menentukan Matriks Jacobi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Persamaan Model Matematika

Model yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah model kompartemen. Dalam model ini diasumsikan ada faktor kepadatan sumber daya hutan (H), kepadatan populasi (P), Kebakaran hutan (K) dan Penanggulangan kebakaran hutan (C). yang mempengaruhi kerusakan hutan di Indonesia dengan asumsi:

1. Pertumbuhan sumber daya hutan dan populasi penduduk dibatasi oleh daya dukung lingkungan
2. Pertumbuhan populasi konstan
3. Kepadatan sumber daya hutan berbanding terbalik dengan kepadatan penduduk, semakin tinggi kepadatan penduduk maka semakin rendah kepadatan sumber daya hutan
4. Kepadatan populasi penduduk meningkat karena adanya sumber daya hutan yang mendukung kehidupannya.

Berdasarkan asumsi diatas, diperoleh sistem persamaan linear berikut:

$$\begin{aligned}
\frac{dH}{dt} &= S\left(1-\frac{H}{L}\right)H-\alpha PH-\varepsilon HK-\gamma HC\\
\frac{dP}{dt} &= \alpha\alpha_1 PH+r\left(1-\frac{P}{D}\right)P-q_0P\\
\frac{dC}{dt} &= \gamma HC-\theta_0 C\\
\frac{dK}{dt} &= \varepsilon HK-\theta_1 K
\end{aligned} \tag{1}$$

2. Menentukan Titik Tetap

Titik tetap dari model diperoleh dengan menyelesaikan sistem persamaan linear (1) dengan syarat (Ndii, 2018):

$$\frac{dH}{dt}=\frac{dP}{dt}=\frac{dC}{dt}=\frac{dK}{dt}=0$$

Sehingga diperoleh tujuh titik tetap, yaitu:

a. Titik tetap pertama (T_1)
dimana $T_1=(H,P,C,K)$ terjadi apabila $P=0, C=0, K=0$. Titik tetap ini didapatkan dengan melakukan substitusi nilai-nilai $P, C,$ dan K ke persamaan (1), maka diperoleh $T_1=(H,P,C,K)=(L,0,0{,}0)$.

b. Titik tetap kedua (T_2)
dimana $T_2=(H,P,C,K)$ terjadi apabila $C=0, K=0$. Titik tetap ini didapatkan dengan melakukan substitusi nilai-nilai C, dan K ke persamaan (1) maka diperoleh

$$T_2=(H,P,C,K)=\left(\frac{L(rS+D(q_0-r)\alpha)}{rS+DL\alpha^2\alpha_1},\frac{DS(-q_0+r+L\alpha\alpha_1)}{rS+DL\alpha^2\alpha_1},0{,}0\right)$$

c. Titik tetap ketiga (T_3)
dimana $T_3=(H,P,C,K)$ terjadi apabila $C=0$. Titik tetap ini didapatkan dengan melakukan substitusi nilai-nilai C ke persamaan (1) maka diperoleh

$$T_3=(H,P,C,K)=\left(\frac{\theta_1}{\varepsilon},\frac{D(-q_0\varepsilon+r\varepsilon+\alpha\alpha_1\theta_1)}{r\varepsilon},0,\frac{LrS\varepsilon-rS\theta_1-LDr\alpha\varepsilon-DL\alpha^2\alpha_1\theta_1+LDq_0\alpha\varepsilon}{Lr\varepsilon^2}\right)$$

d. Titik tetap keempat (T_4)
dimana $T_4=(H,P,C,K)$ terjadi apabila $K=0$. Titik tetap ini didapatkan dengan melakukan substitusi nilai-nilai C ke persamaan (1) maka diperoleh, maka diperoleh

$$T_4 = (H, P, C, K) = \left(\frac{\theta_0}{\gamma}, \frac{D(-q_0\gamma + r\gamma + \alpha\alpha_1\theta_0)}{r\gamma}, \frac{LrS\gamma - rS\theta_0 - LDr\alpha\gamma - DL\alpha^2\alpha_1\theta_0 + LDq_0\alpha\gamma}{Lr\gamma^2}, 0\right)$$

e. Titik tetap kelima (T_5)
dimana $T_5 = (H, P, C, K)$ terjadi apabila $H = 0, C = 0, K = 0$. Titik tetap ini didapatkan dengan melakukan substitusi nilai-nilai H, C, dan K ke persamaan (1), maka diperoleh

$$T_5 = (H, P, C, K) = \left(0, \frac{D(r - q_0)}{r}, 0{,}0\right)$$

f. Titik tetap keenam (T_6)
dimana $T_6 = (H, P, C, K)$ terjadi apabila $P = 0, K = 0$. Titik tetap ini didapatkan dengan melakukan substitusi nilai-nilai P dan K ke persamaan (1), maka diperoleh

$$T_6 = (H, P, C, K) = \left(\frac{\theta_0}{\gamma}, 0, \frac{S(L\gamma - \theta_0)}{\gamma^2 L}, 0\right)$$

g. Titik tetap ketujuh (T_7)
dimana $T_7 = (H, P, C, K)$ terjadi apabila $P = 0, C = 0$. Titik tetap ini didapatkan dengan melakukan substitusi nilai-nilai P dan C ke persamaan (1), maka diperoleh

$$T_7 = (H, P, C, K) = \left(\frac{\theta_1}{\epsilon}, 0{,}0, \frac{S(L\epsilon - \theta_1)}{\epsilon^2 L}\right)$$

3. Menentukan Matriks Jacobi

Untuk menentukan matriks Jacobian (Suddin & Bano, 2021), dilakukan dengan bantuan *maple* 2020 dan diperoleh:

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{SH}{L} + S\left(1 - \frac{H}{L}\right) - \alpha P - \epsilon K - \gamma C & -\alpha H & -\gamma H & -\epsilon H \\ \alpha\alpha_1 P & \alpha\alpha_1 H - \frac{rP}{D} + r\left(1 - \frac{P}{D}\right) - q_0 & 0 & 0 \\ \gamma C & 0 & \gamma H - \theta_0 & 0 \\ \epsilon K & 0 & 0 & \epsilon H - \theta\_1 \end{bmatrix}$$

a. Jacobian dari titik tetap pertama (JE_1)
Untuk menentukan matriks jacobian dari titik tetap pertama dengan bantuan *maple* 2020, diperoleh:

$$JE_1 = \begin{bmatrix} -S & -\alpha L & -L\gamma & -L\epsilon \\ 0 & \alpha\alpha_1 L + r - q_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L\gamma - \theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L\epsilon - \theta_1 \end{bmatrix}$$

b. Jacobian dari titik tetap kedua (JE_2)
Untuk menentukan matriks jacobian dari titik tetap kedua dengan bantuan *maple* 2020, diperoleh:

$$JE_2 = \begin{bmatrix} \frac{S(D(r - q_0)\alpha - Sr)}{DL\alpha^2\alpha_1 + Sr} & \frac{(D(r - q_0)\alpha - Sr)\alpha L}{DL\alpha^2\alpha_1 + Sr} & \frac{\gamma(D(r - q_0)\alpha - Sr)L}{DL\alpha^2\alpha_1 + Sr} & \frac{\epsilon(D(r - q_0)\alpha - Sr)L}{DL\alpha^2\alpha_1 + Sr} \\ \frac{\alpha\alpha_1 DS(\alpha\alpha_1 L + r - q_0)}{DL\alpha^2\alpha_1 + Sr} & -\frac{rS(\alpha\alpha_1 L + r - q_0)}{DL\alpha^2\alpha_1 + Sr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\gamma(D(r - q_0)\alpha - Sr)L}{DL\alpha^2\alpha_1 + Sr} - \theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(-D\alpha^2\alpha_1\theta_1 - D\epsilon(r - q_0)\alpha + Sr\epsilon)L - Sr\theta_1}{DL\alpha^2\alpha_1 + Sr} \end{bmatrix}$$

c. Jacobian dari titik tetap ketiga (JE_3)
Untuk menentukan matriks jacobian dari titik tetap pertama dengan bantuan *maple* 2020, diperoleh:

$$JE_3 = \begin{bmatrix} -\frac{S\theta_1}{L\epsilon} & -\frac{\alpha\theta_1}{\epsilon} & -\frac{\theta_1\gamma}{\epsilon} & -\theta_1 \\ \frac{\alpha D\left((r-q_0)\epsilon + \alpha_1\alpha\theta_1\right)\alpha_1}{r\epsilon} & \frac{(-r+q_0)\epsilon - \alpha_1\alpha\theta_1}{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\theta_1\gamma}{\epsilon} - \theta_0 & 0 \\ \frac{\left(((-D\alpha+S)r + D\alpha q_0)\epsilon - D\alpha^2\alpha_1\theta_1\right)L - Sr\theta_1}{L\epsilon r} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

d. Jacobian dari titik tetap keempat (JE_4)
Untuk menentukan matriks jacobian dari titik tetap keempat dengan bantuan *maple* 2020, diperoleh:

$$JE_4 = \begin{bmatrix} \frac{\left(((D\alpha - S)r - D\alpha q_0)L\epsilon + \theta_1(DL\alpha^2\alpha_1 + Sr)\right)\gamma - S\theta_0 r\epsilon}{L\gamma r\epsilon} & -\frac{\alpha\theta_0}{\gamma} & -\theta_0 & -\frac{\theta_0\epsilon}{\gamma} \\ \frac{\alpha D\alpha_1\left((r-q_0)\gamma + \alpha\alpha_1\theta_0\right)}{r\gamma} & \frac{(-r+q_0)\gamma - \alpha\alpha_1\theta_0}{\gamma} & 0 & 0 \\ \frac{\left(((-D\alpha+S)r + D\alpha q_0)\gamma - D\alpha^2\theta_0\alpha_1\right)L - Sr\theta_0}{r\gamma L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\left(((-D\alpha+S)r + D\alpha q_0)\epsilon - D\alpha^2\theta_1\alpha_1\right)L - Sr\theta_1}{r\epsilon L} & 0 & 0 & \frac{\theta_0\epsilon}{\gamma} - \theta_1 \end{bmatrix}$$

e. Jacobian dari titik tetap kelima (JE_5)
Untuk menentukan matriks jacobian dari titik tetap kelima dengan bantuan *maple* 2020, diperoleh:

$$JE_5 = \begin{bmatrix} \frac{(-D\alpha+S)r + D\alpha q_0}{r} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha\alpha_1 D(r-q_0)}{r} & -r+q_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\theta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\theta_1 \end{bmatrix}$$

f. Jacobian dari titik tetap keenam (JE_6)
Untuk menentukan matriks jacobian dari titik tetap keenam dengan bantuan *maple* 2020, diperoleh:

$$JE_1 = \begin{bmatrix} -\frac{S\theta_0}{L\gamma} & -\frac{\alpha\theta_0}{\gamma} & -\theta_0 & -\frac{\theta_0\epsilon}{\gamma} \\ 0 & \frac{\alpha\alpha_1\theta_0}{\gamma} + r - q_0 & 0 & 0 \\ \frac{S(L\gamma - \theta_0)}{\gamma L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\theta_0\epsilon}{\gamma} - \theta_1 \end{bmatrix}$$

g. Jacobian dari titik tetap ketujuh (JE_7)
Untuk menentukan matriks jacobian dari titik tetap ketujuh dengan bantuan *maple* 2020, diperoleh:

$$JE_1 = \begin{bmatrix} -\frac{S\theta_1}{L\epsilon} & -\frac{\alpha\theta_1}{\epsilon} & -\frac{\theta_1\gamma}{\epsilon} & -\theta_1 \\ 0 & \frac{(r-q_0)\epsilon + \alpha\alpha_1\theta_1}{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\theta_1\gamma}{\epsilon} - \theta_0 & 0 \\ \frac{S(L\epsilon - \theta_1)}{L\epsilon} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

KESIMPULAN DAN SARAN

Penentuan titik tetap dan matriks Jacobi model matematika strategi pengendalian kebakaran hutan diperleh sistem persamaan diferensial non linear yaitu sistem (1). Dari model diperoleh 7 titik tetap. Dari ke 7 titik tetap, kemudian ditentukan matriks Jacobi dari masing-masing titik tetap. Penelitian ini bisa dilanjutkan dengan menambahkan model transmisinya, kemudian dilajutkan dengan analisis kestabilan dan simulasi dari model.

UCAPAN TERIMA KASIH

Penulis mengucapkan terima kasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian pada Masyarakat (LPPM) Universitas Timor yang telah mendanai pelaksanaan penelitian model matematika strategi pengendalian kebakaran hutan ini di Desa Faimnasi Kecamatan Miomaffo Timur pada Tahun 2021. Penulis juga mengucapkan terima kasih kepada Kepala Desa dan masyarakat Desa Faimnasi yang bersedia menjadi mitra dalam kegiatan Penelitian ini.

REFERENCES

Mohamad, R., Rauf, M. D. A., & Lakisa, N. (2019). Model Matematika Kerusakan Hutan Dengan Memperhatikan Faktor Industri Dan Kebakaran. *Euler: Jurnal Matematika, Sains Dan Teknologi*, *7*(1), 6–14.

Ndii, M. Z. (2018). *Pemodelan Matematika. Dinamika Populasi dan Penyebaran Penyakit. Teori, Aplikasi, dan Numerik*. DEEPUBLISH.

Sarbi, S. (2018). Kerusakan Hutan dan Lingkugan Hidup dari Pembangunan dan Pertumbuhan Penduduk (Studi Kasus di Kabupaten Polewali Mandar). *Pepatudzu : Media Pendidikan Dan Sosial Kemasyarakatan*, *13*(2), 193. https://doi.org/10.35329/fkip.v13i2.116

Suci, N., Arnellis, & Rosha, M. (2014). *Model Matematika Kerusakan Sumber Daya Hutan di Indonesia*.

Suddin, S., & Bano, E. N. (2021). Mathematical Modeling and Simulation to Control the Spread of Multidrug-Resistant Tuberculosis. *International Journal of Computing Science and Applied Mathematics*, *7*(1), 1. https://doi.org/10.12962/j24775401.v7i1.6975