

Proyeksi Kelahiran Bayi Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton dan Milne-Simpson di Kecamatan Bikomi Tengah

Maria Trisilda Kapitan¹, Faustianus Luan^{2*}, Leonardus Frengky Obe³

^{1, 2*, 3} Program Studi Matematika, Universitas Timor,

kapitantry@gmail.com¹, fausty@unimor.ac.id^{2*}, frengkyobe@gmail.com³

ABSTRACT

Birth prediction is an important aspect in population and health planning. This study aims to predict the number of births in Oyenu Village, Bikomi Tengah District using the Adams-Bashforth-Moulton method and the Milne-Simpson method. Based on the results of the study, the number of babies born using the Adams-Bashforth-Moulton method is 33,20711 in 2024 with an error off $0,704 \times 10^{-3}$ and 39,38919 in 2025. It is proven that this will happen $0,89 \times 10^{-3}$ in contrast, the results of the study usng the Milne-Simpson method show the following values. The number of births in 2024 is 33,21803 people with an error of $0,70 \times 10^{-5}$ an in 2025 as many as 39,37006 people were born with an error of $0,14 \times 10^{-3}$. The results of the study using both methods show that the Adams-Bashforth-Moulton method has higher accuracy than the Milne-Simpson method. Here, the error value obtained must be smaller than the error ($\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$).

Keywords: Logistic Model, Rungge-Kutta Method, Adams-Bashforth-Moulton Method, Milne-Simpson Method

ABSTRAK

Proyeksi kelahiran bayi merupakan salah satu aspek penting dalam perencanaan kependudukan dan kesehatan. Penelitian ini bertujuan untuk memproyeksikan jumlah kelahiran bayi di Desa Oenenu, Kecamatan Bikomi Tengah, menggunakan metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson*. Hasil penelitian menunjukkan bahwa jumlah kelahiran bayi menggunakan metode *Adams-Bashforth-Moulton* pada Tahun 2024 sebanyak 33,20711 jiwa dengan errornya $0,704 \times 10^{-3}$ dan pada Tahun 2025 sebanyak 39,38919 jiwa dengan errornya $0,89 \times 10^{-3}$ sedangkan hasil penelitian dengan metode *Milne-Simpson* menunjukkan bahwa jumlah kelahiran bayi pada Tahun 2024 sebanyak 33,21803 jiwa dengan errornya $0,70 \times 10^{-5}$ dan pada Tahun 2025 sebanyak 39,37006 dengan errornya $0,14 \times 10^{-3}$. Dari hasil penelitian menggunakan kedua metode menunjukkan bahwa metode *Adams-Bashforth-Moulton* memiliki tingkat akurasi yang lebih baik dibandingkan dengan metode *Milne-Simpson*. Dimana nilai error yang diperoleh harus lebih kecil dari galat ($\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$).

Kata Kunci: Model Logistic, Metode Rungge-Kutta, Metode Adams-Bashforth-Moulton, Metode Milne-Simpson

PENDAHULUAN

Kelahiran bayi merupakan proses yang sangat dinamis dan penting dalam tahap awal kehidupan. Namun, jika jumlah bayi semakin banyak maka akan menjadi beban bagi pembangunan karena pemenuhan kebutuhan yang semakin lama semakin banyak seiring dengan perkembangan jumlah kelahiran bayi. Selain itu juga, bayi yang semakin banyak dapat menimbulkan berbagai macam masalah seperti kemiskinan dan kelaparan sehingga bukan kesejahteraan yang didapat tapi justru kemelaratan yang akan ditemui apabila jumlah kelahiran bayi tidak dikendalikan dengan baik (Rochaida, 2016). Penelitian ini telah dilakukan di Desa Oenenu Kecamatan Bikomi Kabupaten TTU dengan data kelahiran bayi mulai dari Tahun 2015 sampai dengan Tahun 2023. Total ibu-ibu hamil di Desa Oenenu pada Tahun 2015 adalah sebanyak 178 orang. Dari 178 orang ibu hamil tersebut ada yang mengalami gangguan kesehatan maupun kekurangan gizi, sehingga mudah terjadi hal-hal yang mengakibatkan ibu hamil tersebut gagal dalam mempertahankan kandungannya. Apabila ibu hamil tersebut gagal mempertahankan kandungannya maka angka kelahiran bayi juga berkurang. Data kelahiran bayi di Desa Oenenu selama 4 tahun terakhir ini terhitung Tahun 2020 sebanyak 16 jiwa, Tahun 2021 sebanyak 23 jiwa, Tahun 2022 sebanyak 21 jiwa, dan Tahun 2023 sebanyak 16 jiwa. Dari data tersebut, dapat disimpulkan bahwa kelahiran bayi di Desa Oenenu setiap tahun mengalami fluktuatif dari tahun ke tahun, berdasarkan data dari Kaur Pemerintahan Desa Oenenu, Kec. Bikomi Tengah, Kab. TTU. Maka,

untuk membantu pemerintah setempat dalam merencanakan program kesehatan dan kependudukan yang lebih efisien, peneliti menerapkan sebuah model matematika dalam hal ini menggunakan metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson* untuk memprediksi kelahiran bayi tahun-tahun berikutnya seperti pada Tahun 2024 dan Tahun 2025. Dalam penyelesaian metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson* terdapat beberapa tahapan yang harus diselesaikan terelebih dahulu yaitu persamaan diferensial, persamaan logistik, dan metode runge-kutta orde empat. Solusi persamaan diferensial tersebut digunakan untuk mendapatkan turunan dari runge-kutta orde empat, model logistik untuk menentukan nilai awal sedangkan runge-kutta orde empat digunakan untuk menghitung 4 solusi awal, yakni P_0, P_1, P_2 , dan P_3 . Tujuannya adalah sebagai bagian dari pencarian solusi prediktor dan korektor metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson*. Metode *Adams-Bashforth-Moulton* dapat digunakan tanpa mencari turunan-turunan fungsi terlebih dahulu, melainkan langsung menggunakan persamaan prediktor-korektor yang terdiri dari metode *Adams-Bashforth* sebagai prediktor dan metode *Adams-Moulton* sebagai korektor. Metode *Adams-Bashforth-Moulton* ini memberikan solusi yang cukup akurat dalam penyelesaian masalah nilai awal persamaan diferensial biasa non linear (Apriadi dkk, 2014). Metode *Milne-Simpson* adalah metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa (PDB). Metode *Milne-Simpson* adalah metode prediktor-korektor di mana metode prediktor untuk mencari nilai y_{n+1} , dan metode prediktor digunakan untuk memperbaiki nilai tersebut.

METODE

Metode penelitian yang digunakan adalah metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson*. Peneliti melakukan pengumpulan data jumlah kelahiran bayi di Desa Oenenu Kecamatan Bikomi Tengah dari Tahun 2015 sampai dengan Tahun 2023. Data tersebut peneliti menganalisi dengan menggunakan model persamaan logistik, dan metode runge-kutta orde empat, tujuannya untuk mendapatkan nilai awal dan empat solusi awal. Selanjutnya dihitung/diselesaikan dengan kedua metode tersebut yaitu metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan metode *Milne-Simpson*. Setelah mendapatkan hasil estimasi dari kedua metode maka selanjunya peneliti membandingkan hasil estimasi kelahiran bayi dari kedua metode dengan membandingkan galat dan kriteria pemberhentian untuk menentukan metode mana yang lebih akurat.

a. Model Logistik

Berikut ini, laju pertumbuhan instrinsik dalam model logistik digunakan untuk mengetahui daya tumbuh populasi dan kapasitas batas lingkungan digunakan sebagai penghambat pertumbuhan populasi (Pudjapsetya, 2011).

$$m = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{P(t)}{P_0} \right) \quad (1)$$

$$\frac{dP}{dt} = m \left(1 - \frac{P_0}{K} \right) P_0 \quad (2)$$

b. Metode Runge Kutta

Selanjutnya, metode Runge-Kutta orde empat digunakan sebagai pendahuluan untuk mendapatkan nilai awal yang dibutuhkan pada *Adams-Bashforth-Moulton* orde empat. Berikut adalah bentuk dari metode Runge-Kutta orde empat, adalah sebagai berikut,

$$\begin{aligned} k_1 &= hf(t_r, P_r) \\ k_2 &= hf\left(t_r + \frac{1}{2}h, P_r + \frac{1}{2}k_1\right) \\ k_3 &= hf\left(t_r + \frac{1}{2}h, P_r + \frac{1}{2}k_2\right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} k_4 &= hf(t_r + h, P_r + k_3) \\ P_{r+1} &= P_r + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \end{aligned} \quad (4)$$

Keterangan :

t_r : Waktu saat ini

P_r : Nilai aproksimasi dari $P(t_r)$

h : Interval waktu

$f(t, P)$: Fungsi yang menentukan persamaan diferensial dP / dt

c. **Metode Adams-Bashforth-Moulton dan Milne-Simpson**

Sedangkan dalam penentuan solusi metode *Adams-Bashforth-Moulton* (multi-step) hanya memerlukan beberapa solusi awal yang dapat diperoleh dari metode one-step, salah satunya metode Runge-Kutta. Metode multi step juga disebut sebagai metode prediktor-prediktor karena dalam penyelesaiannya langsung menggunakan persamaan prediktor dan korektor tanpa mencari turunan-turunan fungsinya terlebih dahulu.

Bentuk umum persamaan prediktor sebagai metode *Adams-Bashforth* orde empat adalah

$$P_{r+1}^{(0)} = P_r + \frac{h}{24} (55f_r - 59f_{r-1} + 37f_{r-2} - 9f_{r-3}) \quad (5)$$

Persamaan korektor sebagai metode *Adams -Moulton* orde empat adalah

$$P_{r+1}^{(1)} = P_r + \frac{h}{24} (f_{r-2} - 5f_{r-1} + 19f_r + 9f_{r+3}), \text{ (Erwin, 1999)} \quad (6)$$

dan,

Persamaan prediktor dan korektor metode *Milne-Simpson* adalah sebagai berikut,

$$\text{Prediktor: } P_{r+1}^0 = P_{r-3} + 4h/3(2f_{r-2} + f_{r-1} + 2f_r) \quad (7)$$

$$\text{Korektor: } P_{r+1}^1 = P_{r-2} + \frac{4h}{3}(f_{r+1} + 4f_r + f_{r-2}) \quad (8)$$

d. **Pengendalian Ukuran Langkah h**

Pengendalian perkiraan ukuran langkah h terlebih dahulu ditinjau galat pemotongan untuk metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan metode *Milne-Simpson*. Kesalahan pemotongan prediktor metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson* adalah

$$E_{AB} = \frac{251}{720} h^2 y^v \quad (9)$$

Kesalahan pemotongan korektor metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson* adalah

$$E_{AM} = -\frac{19}{720} h^5 y^v \quad (10)$$

Jika ukuran langkah h yang dipilih tepat maka solusi numeriknya akan diperoleh dengan jumlah iterasi yang sedikit. Persamaan di atas dapat digunakan untuk menganalisis kriteria ukuran langkah h (Conte dan Doore, 1993).

Metode *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson* dapat diselesaikan secara iterasi, iterasi akan diberhentikan apabila galat relatif lebih dari kriteria pemberhentian,

$$\frac{|P_{r+1} - P_{r+1}^*|}{|P_{r+1}|} < \varepsilon, \text{ (Apriadi, 2014)} \quad (11)$$

e. Galat dan Angka Signifikan

Bilangan a^* dikatakan menghampiri a dan d angka signifikan jika d merupakan bilangan bulat positif terbesar yang memenuhi

$$\frac{|a^* - a|}{|a|} < \frac{10^{-d}}{2} \quad (12)$$

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Data Kelahiran Bayi di Desa Oenenu

Data jumlah kelahiran Bayi yang lahir pada Tahun 2015 sampai Tahun 2023 di Desa Oenenu dapat disajikan dalam Tabel 1 di bawah ini.

Tabel 1 Data Jumlah Kelahiran Bayi Desa Oenenu

No.	Tahun	Jumlah (Bayi)
1.	2015	16
2.	2016	20
3.	2017	23
4.	2018	27
5.	2019	19
6.	2020	16
7.	2021	23
8.	2022	21
9.	2023	16

2. Prosedur Penyelesaian Metode Adams-Basforth-Moulton dan Milne-Simpson

Dalam penentuan laju kelahiran untuk perhitungan metode Runge-Kutta orde empat, seperti pada persamaan (1), diperoleh

$$m = \frac{1}{t} \ln \left(\frac{P(t)}{P_0} \right) = m = \frac{1}{1} \ln \left(\frac{20}{16} \right) = 0,22 \quad (13)$$

Dan, persamaan (2), menjadi

$$\frac{dP}{dt} = m \left(1 - \frac{P_0}{K} \right) P_0 = 0,22 \left(1 - \frac{P_0}{140} \right) P_0 \quad (14)$$

Selanjutnya untuk menghitung solusi P_1, P_2, P_3 selain $P_0 = 16$ (telah ditentukan sebagai solusi awal) pada interval $[0,10]$ dengan ukuran langkah $h = 1$ (dalam tahun) dan $r = 0,1,2,3$. Maka terlebih dahulu menghitung nilai k_1, k_2, k_3 dan k_4 dengan menggunakan metode Rung-Kutta orde empat pada persamaan (3) dan persamaan (4), diperoleh

$$\begin{aligned} P_{r+1} &= P_r + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) = P_0 + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ P_1 &= 16 + \frac{1}{6} (3,117714 + 2(3,378456) + 2(3,399916) + 3,676564) \\ P_1 &= 19,39184 \end{aligned} \quad (15)$$

Dengan cara yang sama (analog) dalam menghitung P_2 , terlebih dahulu nilai $r = 1$, $P_1 = 19,39184$ disubstitusian untuk memperoleh nilai k_1, k_2, k_3 dan k_4 , selanjutnya substitusi ke persamaan (4), demikian pula P_3 . Untuk itu solusi awal P_0, P_1, P_2, P_3 dan f_0, f_1, f_2, f_3 dapat disajikan dalam Tabel 2 di bawah ini.

Tabel 2 Solusi Awal Menggunakan Metode Runge-Kutta Orde Empat Pada Persamaan Logistik

r	t_r	$h = 1$	
		P_r	f_r
0	1	16	3,117714
1	2	19,39184	3,675279
2	3	23,36722	4,282745
3	3	27,96858	4,92385

Tabel 2 di atas menggambarkan tentang hasil perhitungan menggunakan metode Runge-Kutta Orde Empat pada persamaan logistik dalam menentukan solusi awal dengan nilai r merupakan banyak

langkah, t_r merupakan waktu saat ini, P_r merupakan nilai aproksimasi dan nilai f_r merupakan nilai solusi awal.

3. Menentukan metode Adams-Bashforth-Moulton .

Dengan menggunakan persamaan prediktor (5) dan persamaan korektor (6) diperoleh:

$$P_{3+1} = P_r + \frac{h}{24} (55f_3 - 59f_2 + 37f_1 - 9f_0)$$

$$P_4 = 27,9685 + \frac{1}{24} [55(4,92385) - 59(4,28274) + 37(3,675279) - 9(3,117714)]$$

$$P_4 = 33,20711$$

$$f_4^{(0)}(t_4, P_4^{(0)}) = f_4(4, 32,97305) = 0,22 \left(1 - \frac{32,97305}{140}\right) 32,97305, f_4 = 5,545579$$

Persamaan Korektor :

$$P_{3+1}^{(1)} = P_r + \frac{h}{24} (f_1 - 5f_2 + 19f_3 + 9f_4^{(0)})$$

$$P_4 = 27,96858 + \frac{1}{24} [3,675279 - 5(4,282745) + 19(4,92385) + 9(5,545579)]$$

$$P_4 = 33,20711$$

Galat:

$$\frac{|P_4^{(1)} - P_4^{(0)}|}{|P_4^{(1)}|} = \frac{|33,20711 - 32,97305|}{|33,20711|}$$

$$= 0,007048 = 7,048 \times 10^{-3}.$$

Berikut ini hasil perhitungan dengan menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton pada Tahun 2016 sampai dengan Tahun 2025 baik prediktor maupun korektor serta masing-masing galat yang dsajikan dalam Tabel 3.

Tabel 3 Hasil Perhitungan Menggunakan Metode Adams-Bashforth-Moulton

Tahun	t_r	$P_r^{(0)}$	$h = 1$	
			P_r (jiwa)	Galat
2015	0	—	16	—
2016	1	—	19,39184	—
2017	2	—	23,36722	—
2018	3	—	27,96858	—
2019	4	33,2209	33,21789	$7,048 \times 10^{-3}$
2020	5	39,42424	39,38919	$8,898 \times 10^{-4}$
2021	6	33,2209	33,21789	$7,048 \times 10^{-3}$
2022	7	44,81532	41,33247	$8,426 \times 10^{-3}$
2023	8	41,78815	41,78542	$6,533 \times 10^{-5}$
2024	9	33,2209	33,21789	$7,048 \times 10^{-3}$
2025	10	39,42424	33,3819	$8,898 \times 10^{-4}$

Hasil prediksi pada Tabel 3 di atas telah memenuhi kriteria pemberhentian $\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$ yakni setelah pada Tahun 2019. Nilai $P_r^{(0)}$ menggambarkan hasil estimasi kelahiran bayi menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton persamaan prediktor sedangkan nilai P_r (jiwa) menggambarkan hasil estimasi menggunakan metode Adams-Bashforth-Moulton persamaan korektor.

4. Metode Milne-Simpson

Bentuk umum persamaan prediktor (7) ditunjukkan pada perhitungan berikut ini:

$$P_{3+1} = P_0 + \frac{4h}{3} (2f_3 + f_2 + 2f_1)$$

$$P_4 = 16 + \frac{4}{3} [2(4,92385) - 4,262745 + 2(3,675279)]$$

$$P_4 = 33,22068$$

Dan, persamaan korektor (8) :

$$\begin{aligned} P_{3+1}^{(1)} &= P_2 + \frac{4}{3} \left(f_4^{(0)} - 4f_3 + f_2 \right) \\ P_4 &= 23,36722 + \frac{1}{3} [5,5743 + 4(4,82385) + 4,282745] \\ P_4 &= 33,21803 \end{aligned}$$

Galat :

$$\frac{|P_4^{(1)} - P_4^{(0)}|}{|P_4^{(1)}|} = \frac{|33,21803 - 33,22068|}{|33,21803|} = 7,977 \times 10^{-5}.$$

Berikut ini hasil perhitungan menggunakan metode Milne-Simpson disajikan dalam Tabel 4.

Tabel 4 Hasil Perhitungan Menggunakan Metode *Milne-Simpson*

Tahun	t_r	$P_r^{(0)}$	$h = 1$	
			P_r (jiwa)	Galat
2015	0	—	16	—
2016	1	—	19,39184	—
2017	2	—	23,36722	—
2018	3	—	27,96858	—
2019	4	33,22068	33,21803	$7,977 \times 10^{-5}$
2020	5	38,83301	39,37006	$1,364 \times 10^{-2}$
2021	6	33,22068	33,21803	$7,977 \times 10^{-5}$
2022	7	44,99233	44,79216	$4,468 \times 10^{-3}$
2023	8	41,78793	41,78553	$5,743 \times 10^{-5}$
2024	9	33,22068	33,21803	$7,977 \times 10^{-5}$
2025	10	38,83301	39,37006	$1,364 \times 10^{-2}$

Hasil perhitungan pada Tabel 4 di atas telah memenuhi kriteria pemberhentian $\varepsilon = 5 \times 10^{-2}$. Nilai $P_r^{(0)}$ menggambarkan hasil estimasi kelahiran bayi menggunakan metode *Milne-Simpson* persamaan prediktor sedangkan nilai P_r (jiwa) menggambarkan hasil estimasi menggunakan *Milne-Simpson* persamaan korektor.

KESIMPULAN DAN SARAN

Hasil proyeksi kelahiran bayi dengan menggunakan metode *Adams-Bashforth-Moulton* pada Tahun 2024 berjumlah 33,21789 jiwa dengan galat $7,048 \times 10^{-3}$, Tahun 2025 berjumlah 33,3819 jiwa dengan galat $8,898 \times 10^{-4}$ dan metode *Milne-Simpson* pada Tahun 2024 berjumlah 33,21803 jiwa dengan galat $7,977 \times 10^{-5}$, dan Tahun 2025 berjumlah 39,37006 jiwa dengan galat $1,364 \times 10^{-2}$. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa metode *Adams-Bashforth-Moulton* lebih efisien dibandingkan dengan metode *Milne-Simpson* dilihat dari jumlah perbandingan antara galat dan syarat kriteria pemberhentian yang disajikan dalam Tabel 3 dan Tabel 4. Selanjutnya, peneliti menyarankan agar adanya penelitian lanjutan mengenai persamaan diferensial non linear orde- n dengan metode yang sama yaitu *Adams-Bashforth-Moulton* dan *Milne-Simpson* atau dengan metode banyak langkah lainnya.

REFERENCES

- Apriadi, Prihandono, B. & Noviana, E., "Metode Adams-Bashforth-Moulton dalam Penyelesaian Persamaan Diferensial Nonlinear", Buletin Ilmiah Mat. Stat Dan Terapannya (Bimaster), 03(2); 107-116, 2014.
- Conte, Samuel D dan Carl de Door. Dasar-dasar Analisis Numerik Suatu Pendekatan Algoritma. Jakarta: Erlangga, 1993.
- Erwin. (1999). Perumusan Kesalahan Pemotongan Metode Adams Moulton Pada Penyelesaian Masalah Nilai Awal. Jurnal Penelitian Sains, 5, 1-10.

Nurman, T. A., & Abdullah, S., " Penerapan Metode Adams-Bashforth-Moulton pada Persamaan Logistik dalam Memprediksi Pertumbuhan Penduduk di Provinsi Sulawesi Selatan", jurnal MSA, 5(1); 87-92, 2017

Redjeki P, Sri."Persamaan Diferensial". Diktat Kuliah MA2271 Metode Matematika di Prodi Matematika Rochaida, Eny. (2016). Dampak Pertumbuhan Penduduk Terhadap Pertumbuhan Ekonomi dan Keluarga Sejahtera Di Provinsi Nusa Tenggara Timur. Forum Ekonomi, 18(1)