

ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIS MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL GRUP

Reliyanti Natalia Ellu¹, Oktovianus Mamoh^{2*}, Sulasri Suddin³

¹Mahasiswa Pendidikan Matematika Universitas Timor, ^{2,3}Universitas Timor

[*oktomamoh01@gmail.com](mailto:oktomamoh01@gmail.com)

Diterima: 1 Oktober 2021. Disetujui: 22 Januari 2022. Dipublikasikan: 25 Januari 2022

ABSTRAK

Mata kuliah struktur aljabar merupakan salah satu mata kuliah wajib dalam program studi pendidikan matematika. Salah satu topik yang dibahas dalam mata kuliah struktur aljabar adalah teori grup. Teori grup merupakan salah satu materi mata kuliah struktur aljabar yang memperkenalkan konsep tentang aljabar modern dimana dalam mempelajarinya mahasiswa dituntut untuk memiliki kemampuan berpikir logis dan bernalar secara sistematis karena mata kuliah struktur aljabar sarat dengan definisi dan teorema. Tujuan dari penelitian ini untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal grup. Metode penelitian yang digunakan adalah pendekatan kualitatif. Penelitian ini telah dilaksanakan di program studi pendidikan matematika Universitas Timor, tahun 2021. Hasil penelitian menunjukkan bahwa mahasiswa yang berkemampuan tinggi dinyatakan mampu bernalar pada seluruh tahap kemampuan penalaran matematis yaitu tahap *analyze*, *generalize*, *synthesize* dan *justify*. Mahasiswa yang berkemampuan sedang dinyatakan mampu bernalar pada tahap *analyze* dan *generalize*, sedangkan mahasiswa yang berkemampuan rendah hanya mampu bernalar pada tahap *analyze*.

Kata Kunci: Analisis Kemampuan Penalaran; Soal grup

ABSTRACT

The algebraic structure course in one of the compulsory subjects in the mathematics Education Study Program. One of the topics discussed in the structure course is group theory. Group theory in an algebraic structure course that introduces the concept of modern algebra. In studying, students are required to have the ability to think logically and reason systematically because the algebraic structure course is full of definitions and theorems. This study aimed to describe students' mathematical reasoning abilities in solving group problems. The method used in this study is a qualitative approach. This research has been carried out in the mathematics education study program at the University of Timor, 2021. The results show that high-ability students are declared capable of reasoning on all indicators of mathematical reasoning ability, namely analyze, generalize, synthesize and justify; students with moderate abilities are stated to be able to reason on the analyze and generalize indicators, while students with low abilities are only able to reason on the analyze indicators.

Keywords: Analysis of reasoning ability; group question

Pendahuluan

Matematika merupakan mata pelajaran yang selalu ada di setiap jenjang pendidikan, mulai dari sekolah dasar sampai perguruan tinggi (Soedjadi, 2000). Mata kuliah struktur aljabar merupakan salah satu mata kuliah wajib dalam program studi pendidikan matematika. Struktur aljabar atau aljabar abstrak merupakan mata kuliah yang sulit untuk dipelajari disebabkan karena konsep-konsep dalam aljabar sangat abstrak, banyak contoh-contoh yang berkenaan dengan konsep, dan tidak dikenal baik oleh mahasiswa (Arnawa, 2009). Salah satu tujuan dalam mempelajari mata kuliah struktur aljabar adalah agar mahasiswa mampu melakukan penalaran secara matematis. Seperti yang diungkapkan oleh Shadiq (2014), penalaran adalah suatu kegiatan berpikir khusus, dimana terjadi suatu penarikan kesimpulan berdasarkan pernyataan yang ada. Salah satu topik yang dibahas dalam mata kuliah struktur aljabar adalah teori grup. Teori grup merupakan mata kuliah struktur aljabar yang memperkenalkan konsep tentang aljabar modern sehingga

dalam mempelajarinya mahasiswa dituntut untuk memiliki kemampuan berpikir logis dan bernalar secara sistematis karena mata kuliah struktur aljabar sarat dengan definisi dan teorema (Hanifah dan Abadi, 2018).

Berdasarkan hasil wawancara dengan dosen pengampuh mata kuliah struktur aljabar I Universitas Timor, menyatakan bahwa dalam proses perkuliahan, mahasiswa belum optimal dalam berlatih, mahasiswa masih kesulitan dalam menyelesaikan soal, mahasiswa juga belum mampu menghubungkan konsep materi grup dengan konsep materi yang lain. Dosen pengampuh mata kuliah struktur aljabar juga menambahkan bahwa faktor utama penyebab masalah di atas dikarenakan mahasiswa belum menggunakan penalarannya dengan baik.

Mullis (Utami, 2014), menyatakan bahwa penalaran matematis mencakup kemampuan menemukan konjektur, analisis, evaluasi, generalisasi, konseksi, sintesis, pemecahan masalah tidak rutin dan justifikasi atau pembuktian. Kemampuan penalaran matematis membantu mahasiswa dalam menyimpulkan atau membuktikan suatu pernyataan, membangun gagasan baru, sampai pada menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika (Sumartini, 2018). Berdasarkan beberapa pengertian di atas, dapat disimpulkan bahwa kemampuan penalaran matematis adalah suatu proses kemampuan berpikir mengenai permasalahan-permasalahan matematika untuk menemukan penyelesaian, menarik kesimpulan agar dapat membuat suatu pernyataan dan kebenarannya telah dibuktikan.

Acat *et al.* (Gunhan, 2014) menjabarkan bahwa mahasiswa yang mempunyai kemampuan penalaran matematis bisa melakukan proses sebagai berikut:

1. Mengidentifikasi dan menggunakan hubungan antar variabel dalam situasi matematik, kemudian menarik kesimpulan yang valid berdasarkan informasi yang tersedia (*analyse*).
2. Berpikir secara matematis dan menjabarkan fakta dan informasi yang didapatkan melalui pemecahan masalah dan menggeneralisasikannya (*generalyse*).
3. Menggunakan operasi-operasi matematika kemudian mengkombinasikan hasil-hasil yang didapat untuk mendapatkan hasil yang lebih luas (*synthesize*).
4. Menggunakan hasil yang didapatkan sebagai bukti kevalidan sebuah situasi matematika (*justify*).

Indikator penalaran matematis dari departemen pendidikan nasional dalam peraturan dirjen dikdasmen No. 506/C/KEP/2004 sebagaimana yang dikutip oleh Yulia (2012) yaitu sebagai berikut :

1. Kemampuan menyajikan pernyataan matematis secara tertulis, gambar, lisan dan diagram.
2. Kemampuan mengajukan dugaan (*conjectures*).
3. Kemampuan memanipulasi matematika.
4. Menarik kesimpulan, menyusun bukti, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran solusi.
5. Menarik kesimpulan dari pernyataan.
6. Memeriksa kesahihan suatu argumen.
7. Menemukan pola atau sifat dari gejala matematis untuk membuat generalisasi.

Berikut disajikan indikator kemampuan penalaran matematis mahasiswa yang dipakai dalam penelitian ini adalah:

Tabel 1. Indikator kemampuan penalaran matematis

No.	Tahap penalaran	Indikator
1.	<i>Analyse</i>	Mampu memahami apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan
2.	<i>Generalize</i>	Menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah
3.	<i>Zhyntesize</i>	Menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau defenisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah
4.	<i>Justify</i>	Menarik kesimpulan dari hasil yang diperoleh

(Sumber: Acat *et.al* (Gunhan, 2014))

Hasil tes kemampuan penalaran matematis, diberi skor berdasarkan pedoman penskoran. Kriteria kemampuan penalaran matematis disajikan dalam tabel berikut:

Tabel 2. Kriteria penilaian kemampuan penalaran matematis

No.	Kriteria	Skor
1.	Jawaban tidak benar berdasarkan proses, atau tidak ada respon sama sekali	0
2.	Mahasiswa mampu melakukan penalaran hanya pada tahap <i>Analyse</i>	4
3.	Mahasiswa mampu melakukan penalaran pada tahap <i>Analyse</i> sampai <i>Generalize</i>	8
4.	Mahasiswa mampu melakukan penalaran pada tahap <i>Analyse</i> sampai <i>Zhyntesize</i>	12
5.	Mahasiswa mampu melakukan penalaran pada tahap <i>Analyse</i> sampai <i>Justify</i>	16

Beberapa hasil penelitian yang relevan, antara lain, Clarisa, dkk (2021), salah satu faktor yang berpengaruh terhadap kemampuan berpikir kritis mahasiswa pada materi daerah integral dan field adalah penguasaan konsep. Samo dan Nubatonis (2021) mengatakan struktur aljabar mata kuliah yang abstrak dan menggunakan bahasa simbol menjadi tantangan tersendiri bagi mahasiswa dalam mempelajari mata uliah ini. Banyak faktor yang tentu menyebabkan tantangan ini terjadi, salah satunya yang kita alami adalah pengaruh pembelajaran online yang disebabkan oleh pandemi covid 19. Solusi yang ditawarkan, menghasilkan pengembangan perangkat pembelajaran dalam jaringan pada mata kuliah struktur aljabar.

Metode Penelitian

Jenis penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif, yang bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal grup (Sugiono, 2015). Penelitian ini dilaksanakan di program studi pendidikan matematika Universitas Timor pada tanggal 4 – 7 Mei 2021 tahun akademik 2020/2021. Subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa semester III yang memprogramkan mata kuliah struktur aljabar 1. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal tes tentang grup dan pedoman wawancara. Untuk menentukan nilai yang diperoleh mahasiswa dihitung menggunakan rumus:

$$skor/nilai = \frac{skor\ yang\ diperoleh}{skor\ maksimum} \times 100$$

Kemampuan penalaran matematis mahasiswa dikelompokan berdasarkan kriteria berikut:

Tabel 3. Kategori penilaian kemampuan penalaran matematis

Skor	Kategori kemampuan penalaran matematis
$x \geq 80$	Tinggi
$60 \leq x < 80$	Sedang
$x < 60$	Rendah

(Sumber: Maryam, 2016)

Hasil Penelitian Dan Pembahasan

Pengumpulan data dalam penelitian ini dilakukan dengan dua tahap, yaitu data tes dan data wawancara. Pada tahap ini peneliti memberikan tes yang berupa soal uraian sebanyak 3 nomor terhadap 15 orang mahasiswa. Setelah mahasiswa mengerjakan soal tes yang diberikan, selanjutnya dianalisis jawaban tersebut. Hasil jawaban siswa diklasifikasikan menurut indikator kemampuan penalaran matematis yaitu *analyze*, *generalize*, *zhynthesize*, dan *justify*.

Adapun skor yang diperoleh mahasiswa berdasarkan kriteria penilaian kemampuan penalaran matematis dapat dilihat pada tabel berikut:

Tabel 4. Nilai hasil tes mahasiswa

No	Nama mahasiswa	Skor/indikator												Total skor	Kategori
		1				2				3					
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
1.	EEF	4	4	4	4	4	4	0	4	4	4	4	4	91,66	Tinggi
2.	ATA	4	4	4	4	4	4	3	4	4	0	2	4	85,41	Tinggi
3.	NT	4	4	4	4	4	4	4	4	4	0	0	0	75	Sedang
4.	MB	4	4	3	4	4	0	2	4	0	3	0	4	66,66	Sedang
5.	FB	4	2	2	4	4	4	0	4	0	0	3	4	64,58	Sedang
6.	JMPA	4	4	4	4	4	4	0	4	0	0	0	0	58,33	Rendah
7.	ABR	4	0	2	4	4	0	2	4	0	4	0	2	54,16	Rendah
8.	MRG	0	0	3	4	2	0	2	4	4	0	1	4	50	Rendah
9.	APAM	4	0	2	4	0	0	3	4	4	0	1	0	45,83	Rendah
10.	ALDDK	4	0	2	4	0	0	2	4	4	0	2	4	45,83	Rendah
11.	OS	4	0	2	4	0	0	2	4	2	0	2	0	41,66	Rendah
12.	IMN	4	0	2	4	0	0	2	0	4	0	2	0	37,5	Rendah
13.	FM	4	0	1	4	0	0	3	0	4	0	0	0	33,33	Rendah
14.	MDN	4	0	2	0	4	0	1	4	0	0	0	0	31,25	Rendah
15.	YA	4	0	2	0	0	0	2	0	4	0	0	0	25	Rendah

Selanjutnya dipilih 3 orang subjek yang telah dikategorikan dalam kemampuan penalaran tingkat tinggi (1 orang), kemampuan penalaran tingkat sedang (1 orang), kemampuan penalaran tingkat rendah (1 orang) untuk diwawancarai. Subyek yang diwawancarai seperti pada Tabel 5.

Tabel 5. Subyek wawancara

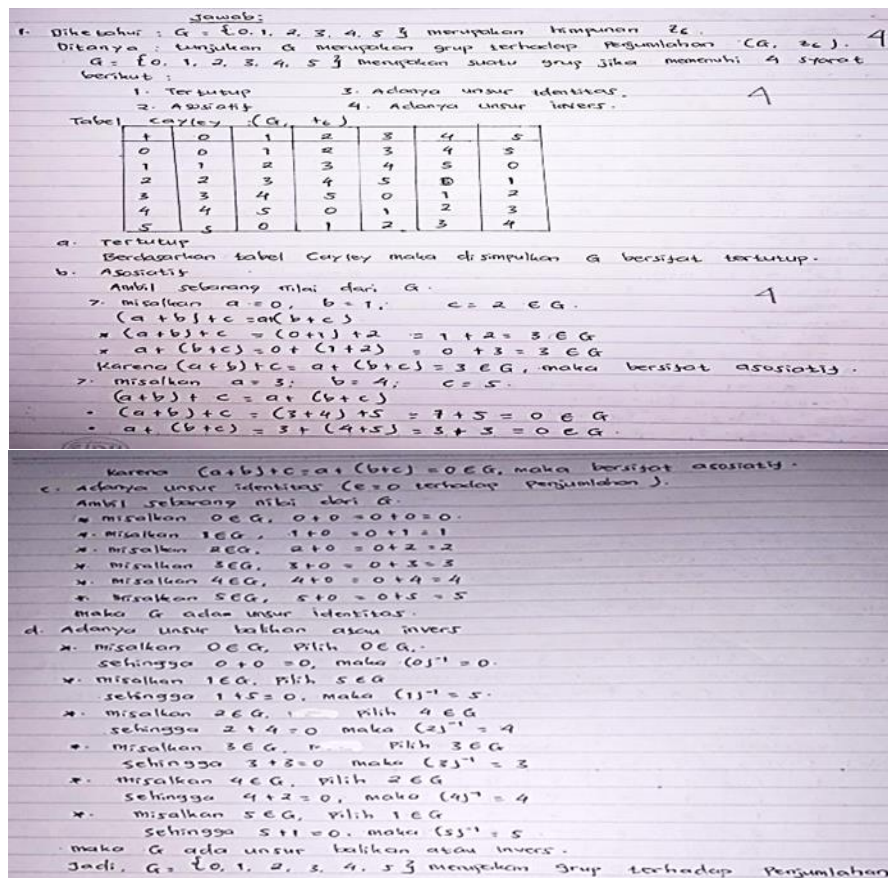
No	Nama	Nilai	Kategori
----	------	-------	----------

	mahasiswa		kemampuan
1.	EEF	91,66	Tinggi
2.	NT	75	Sedang
3.	JMPA	58,33	Rendah

Berikut adalah hasil pekerjaan dan wawancara terhadap 3 orang mahasiswa di mulai dengan S1 (subyek 1), S2 (subyek 2), dan S3 (subyek) untuk 3 nomor soal tes.

A. Mahasiswa berkemampuan penalaran tinggi (S1)

Hasil tes S1 pada soal nomor 1 seperti petikan Gambar 1 berikut.

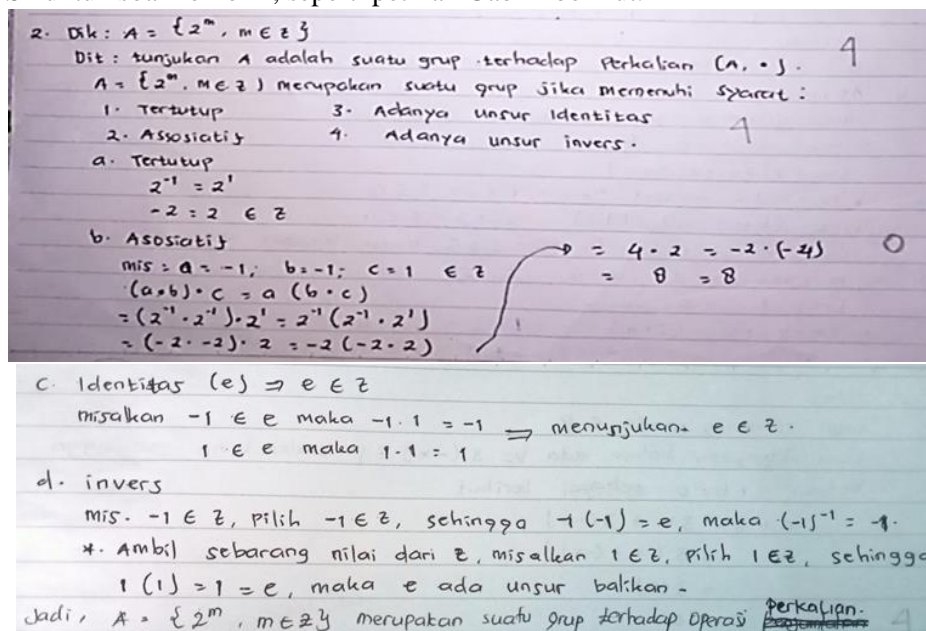


Gambar 1. Hasil kerja S1 untuk soal nomor 1

Berdasarkan hasil tes subjek S1 yang berkemampuan tinggi pada soal nomor 1, dapat disimpulkan bahwa S1 sudah mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S1 juga menuliskan bahwa $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dikatakan grup terhadap operasi penjumlahan jika memenuhi 4 syarat grup, hal ini berarti bahwa S1 sudah mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya S1 membuat tabel Cayley kemudian mulai membuktikan sifat tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas dan adanya unsur balikan/invers sampai selesai dengan benar, jadi dapat diketahui bahwa S1 mampu menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*). Kemudian S1 juga sudah mampu

menarik kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Pada saat wawancara S1 mengatakan bahwa sudah mampu mengerjakan soal nomor 1 karena soal tersebut sudah sering diberikan oleh dosen.

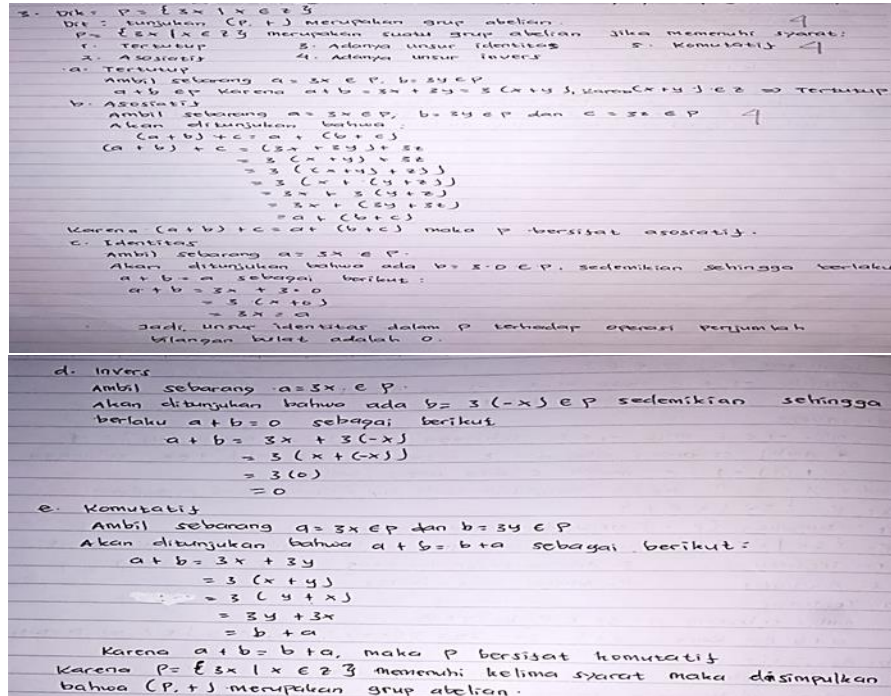
Hasil tes S1 untuk soal nomor 2, seperti petikan Gabr 2 berikut.



Gambar 2. Hasil tes S2 untuk soal nomor 2

Berdasarkan hasil tes S1 kategori tinggi pada soal nomor 2, dapat disimpulkan bahwa S1 sudah mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S1 juga menuliskan bahwa $A = \{2^m, m \in \mathbb{Z}\}$ dikatakan grup terhadap operasi perkalian jika memenuhi 4 syarat, hal ini berarti bahwa S1 sudah mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya S1 mulai membuktikan bahwa $A = \{2^m, m \in \mathbb{Z}\}$ merupakan grup terhadap operasi perkalian mulai dari sifat tertutup sampai invers dengan membuat tetapi masih salah mengoperasikannya. Hal ini berarti S1 salah dalam menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau defenisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhyntesize*). Kemudian S1 juga sudah mampu menarik kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Pada saat wawancara, S1 mengatakan bahwa masih bingung saat membuktikan syarat grup pada sifat identitas dan invers.

Hasil tes S1 untuk soal nomor 3 seperti pada petikan Gambar 3 berikut.

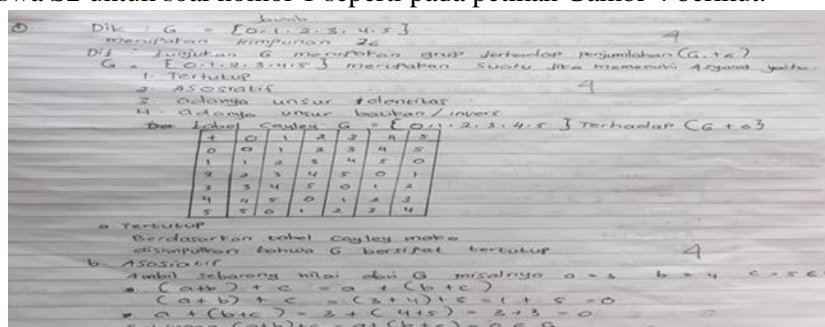


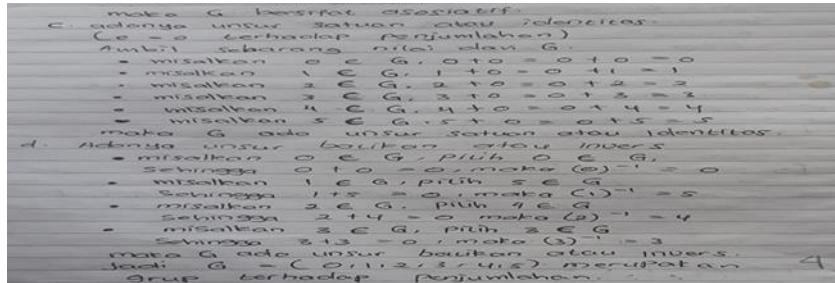
Gambar 3. Hasil kerja S1 untuk soal nomor 3

Berdasarkan hasil tes S1 untuk soal nomor 3, dapat di simpulkan bahwa S1 sudah mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S1 juga menuliskan bahwa $P = \{3x \mid x \in \mathbb{Z}\}$ dikatakan grup jika memenuhi 5 syarat, hal ini berarti bahwa S1 sudah mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya S1 mulai membuktikan bahwa $P = \{3x \mid x \in \mathbb{Z}\}$ merupakan grup terhadap operasi penjumlahan dengan membuat pemisalan dan membuktikan 5 syarat grup dengan benar. Hal ini berarti S1 sudah mampu dalam menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*). Kemudian S1 juga sudah mampu menarik kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Pada saat wawancara S1 mampu menjelaskan apa yang sudah dikerjakannya.

B. Mahasiswa berkemampuan penalaran sedang (S2)

Hasil tes siswa S2 untuk soal nomor 1 seperti pada petikan Gambr 4 berikut.

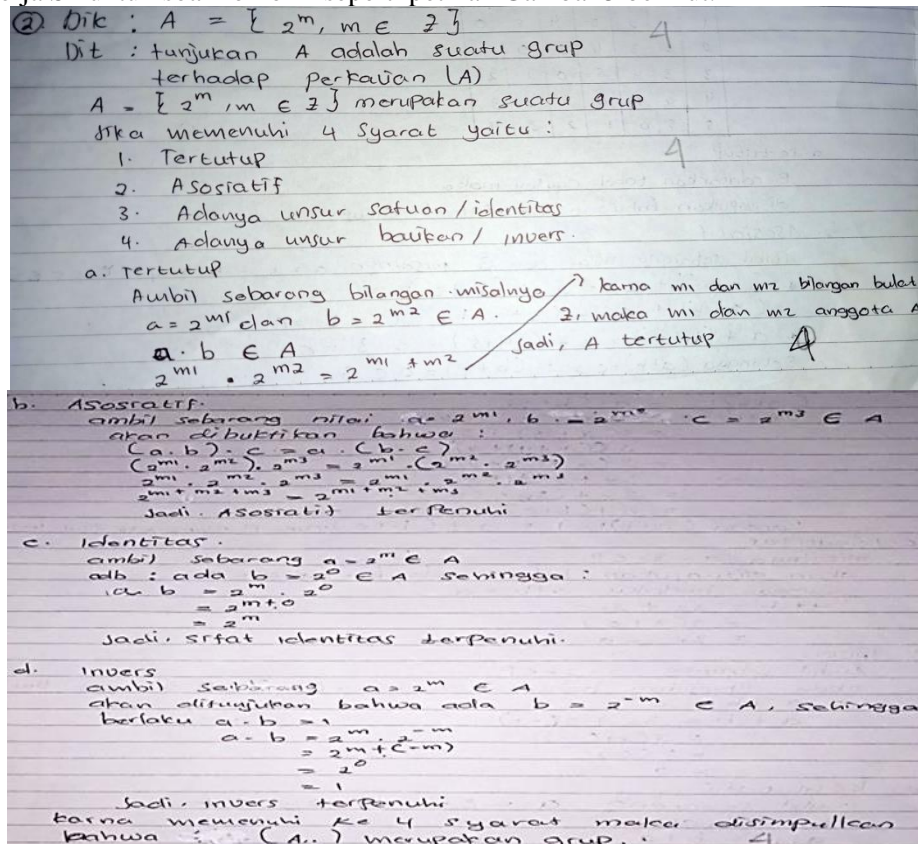




Gambar 4. Hasil kerja S2 untuk soal nomor 1

Berdasarkan hasil tes, S2 untuk soal nomor 1 dapat disimpulkan bahwa S2 sudah mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S2 juga menuliskan bahwa $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dikatakan grup jika memenuhi 4 syarat yaitu tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas dan adanya unsur balikan/invers, hal ini berarti bahwa S2 sudah mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya terlihat bahwa S2 membuat tabel Cayley kemudian mulai membuktikan sifat tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas dan adanya unsur balikan/invers sampai selesai dengan benar, jadi dapat diketahui bahwa S2 mampu menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*). Kemudian S2 juga sudah mampu menarik kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Pada saat wawancara S2, mengatakan bahwa tidak mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal tersebut.

Hasil kerja S2 untuk soal nomor 2 seperti petikan Gambar 5 berikut.

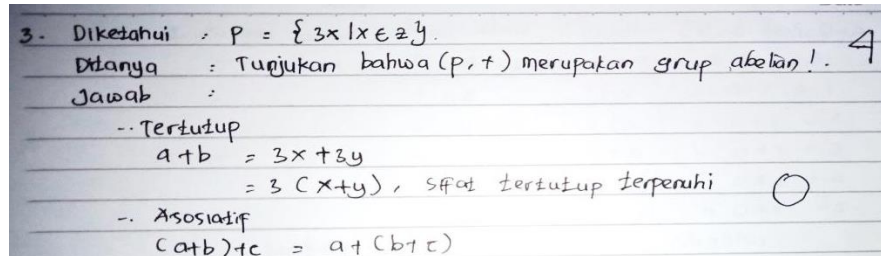


Gambar 5. Hasil kerja S2 untuk soal nomor 2

Berdasarkan hasil tes S2 pada soal nomor 2, dapat disimpulkan bahwa S2 sudah mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S2 juga menuliskan bahwa $A =$

$\{2^m, m \in \mathbb{Z}\}$ dikatakan grup jika memenuhi 4 syarat yaitu tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas dan adanya unsur balikan/invers, hal ini berarti bahwa S2 sudah mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya S2 mulai membuktikan bahwa $A = \{2^m, m \in \mathbb{Z}\}$ merupakan grup terhadap operasi perkalian mulai dari sifat tertutup sampai adanya unsur balikan atau invers dengan benar. Hal ini berarti S2 benar dalam menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*). Kemudian S2 juga sudah mampu menarik kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Pada saat wawancara S2 mampu menjelaskan dengan tepat.

Hasil kerja S2 untuk soal nomor 3 seperti petikan Gambar 6 berikut.

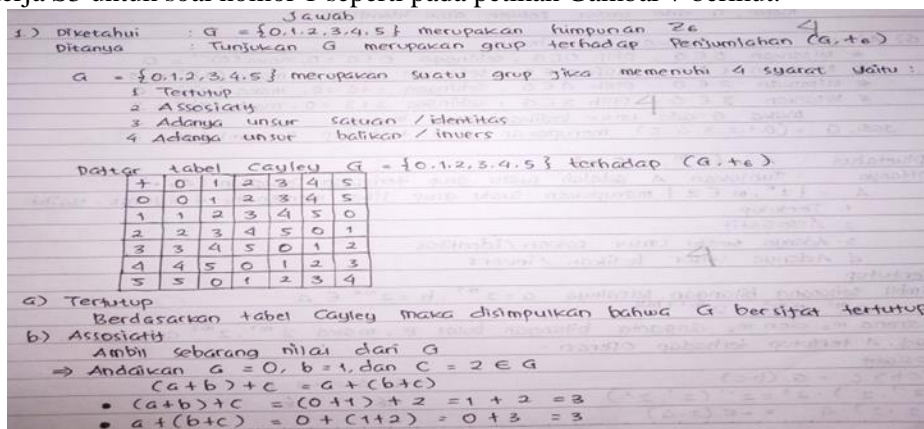


Gambar 6. Hasil kerja S2 untuk soal nomor 3

Berdasarkan hasil tes S2 untuk soal nomor 3 dapat disimpulkan bahwa S2 menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal tetapi pada saat wawancara S2 mampu menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal. Hal ini berarti S2 mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S2 juga menuliskan bahwa $P = \{3x | x \in \mathbb{Z}\}$ dikatakan grup abelian jika memenuhi 5 syarat yaitu tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas, adanya unsur balikan/invers dan komutatif, hal ini berarti bahwa S2 belum mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya S2 membuktikan bahwa $P = \{3x | x \in \mathbb{Z}\}$ merupakan grup abelian terhadap operasi penjumlahan mulai dari sifat tertutup sampai komutatif tetapi kurang tepat. Hal ini berarti S2 belum mampu menggunakan koneksi antar teorema atau definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*). Kemudian S2 juga belum mampu menarik kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Berdasarkan hasil wawancara S2 mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal, tetapi belum mampu membuktikan.

C. Mahasiswa berkemampuan penalaran rendah (S3)

Hasil kerja S3 untuk soal nomor 1 seperti pada petikan Gambar 7 berikut.



sehingga $(a+b)+c = a+(b+c) = 3 \in G$
 \Rightarrow Andaikan $a=2, b=4, c=3 \in G$
 $(a+b)+c = (2+4)+3 = 1+3 = 4$
 $a+(b+c) = 2+(4+3) = 2+3 = 4$
 sehingga $(a+b)+c = a+(b+c) = 4$, maka G asosiatif
 c) unsur satuan atau identitas ($e=0$ terhadap penjumlahan)
 * misalkan $0 \in G, 0+0 = 0+0 = 0$
 * misalkan $0 \in G, 1+0 = 0+1 = 1$
 * misalkan $0 \in G, 2+0 = 0+2 = 2$
 * misalkan $0 \in G, 3+0 = 0+3 = 3$
 * misalkan $0 \in G, 4+0 = 0+4 = 4$
 * misalkan $0 \in G, 5+0 = 0+5 = 5$
 maka, G ada unsur satuan atau identitas
 d) Adanya unsur balikan atau invers
 * Misalkan $0 \in G$, pilih $0 \in G$, sehingga $0+0 = 0$, maka $(0)^{-1} = 0$
 * Misalkan $1 \in G$, pilih $5 \in G$, sehingga $1+5 = 0$, maka $(1)^{-1} = 5$
 * Misalkan $2 \in G$, pilih $4 \in G$, sehingga $2+4 = 0$, maka $(2)^{-1} = 4$
 * Misalkan $3 \in G$, pilih $3 \in G$, sehingga $3+3 = 0$, maka $(3)^{-1} = 3$
 maka G ada unsur balikan atau invers.
 Jadi, $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ merupakan grup terhadap penjumlahan. 4

Gambar 7. Hasil kerja S3 untuk soal nomor 1

Berdasarkan hasil tes S3 untuk soal nomor 1 dapat disimpulkan bahwa S3 sudah mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S3 juga menuliskan bahwa $G = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ dikatakan grup jika memenuhi 4 syarat yaitu tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas dan adanya unsur balikan/invers, hal ini berarti bahwa S3 sudah mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya terlihat bahwa S3 membuat tabel Cayley kemudian mulai membuktikan sifat tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas dan adanya unsur balikan/invers sampai selesai dengan benar, jadi dapat diketahui bahwa S3 mampu menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*). Kemudian S3 juga sudah mampu menarik kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Pada saat wawancara S3 mampu menjelaskan dengan tepat.

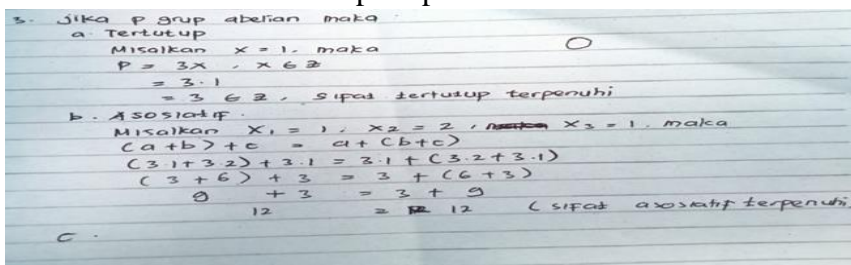
Hasil kerja S3 untuk soal nomor 2 seperti petikan Gambar 8 berikut.

2) Diketahui : $A = \{2^m, m \in \mathbb{Z}\}$
 Ditanya : Tunjukkan A adalah suatu grup terhadap perkalian (A, \cdot)
 $A = \{2^m, m \in \mathbb{Z}\}$ merupakan suatu grup jika memenuhi 4 syarat, yaitu
 1. Tertutup
 2. Asosiatif
 3. Adanya suatu unsur satuan/identitas
 4. Adanya unsur balikan/invers
 a) Tertutup
 Ambil sebarang bilangan. Misalnya $a = 2^{m_1}, b = 2^{m_2} \in A$
 $2^{m_1} \cdot 2^{m_2} = 2^{m_1+m_2}$
 Karena m_1 dan m_2 anggota bilangan bulat \mathbb{Z} , maka $2^{m_1} \cdot 2^{m_2}$ anggota A .
 Jadi, A tertutup terhadap operasi.
 b) Asosiatif
 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
 $(2^{-1} \cdot 2^1) \cdot 2^2 = 2^{-1} (2^1 \cdot 2^2)$
 $(-2 \cdot 2) \cdot 4 = -2 (2 \cdot 4)$
 $-4 \cdot 4 = -2 \cdot 8$
 $-16 = -16$
 c) Identitas
 misal $-1 \in \mathbb{Z}$ maka $-1 \cdot 1 = 1 \cdot (-1) = -1$
 $1 \in \mathbb{Z}$ maka $1 \cdot 1 = 1 \cdot 1 = 1$
 menunjukkan $e \in \mathbb{Z}$
 d) Invers
 misal $-1 \in \mathbb{Z}$ pilih $-1 \in \mathbb{Z}$, sehingga $-1 \cdot (-1) = 1$
 $= e$, maka $(-1)^{-1} = 1$
 ambil sebarang nilai
 Jadi, disimpulkan bahwa (A, \cdot) merupakan grup. 4

Gambar 8. Gambar hasil kerja S3 untuk soal nomor 2

Berdasarkan hasil tes S3 untuk soal nomor 2 dapat disimpulkan bahwa S3 sudah mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S3 juga menuliskan bahwa $A = \{2^m, m \in Z\}$ dikatakan grup jika memenuhi 4 syarat yaitu tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas dan unsur balikan/invers, hal ini berarti bahwa S3 sudah mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya S3 mulai membuktikan bahwa $A = \{2^m, m \in Z\}$ merupakan grup terhadap operasi perkalian mulai dari sifat tertutup sampai adanya unsur balikan atau invers tapi jawabannya belum tepat. Hal ini berarti S3 salah dalam menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau defenisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*). Kemudian S3 juga sudah mampu menarik kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Pada saat wawancara, S3 belum mampu menjelaskan 4 syarat grup. Menurut Yuniati (2014), salah satu faktor yang menyebabkan mahasiswa tidak mampu menjelaskan karena mahasiswa sendiri belum paham dengan konsep yang diberikan. Dalam kasus ini, terlihat bahwa, S3 jga belum paham dengan materi yangdiberikan.

Hasil kerja S3 untuk soal nomor. 3 seperti petikan Gambar 9 berikut.



Gambar 9. Hasil kerja S3 untuk soal nomor 3

Berdasarkan hasil tes S3 untuk soal nomor 3 dapat disimpulkan bahwa S3 tidak menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan dalam soal tetapi pada saat wawancara S3 dapat menyebutkan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal. Hal ini berarti S3 mampu mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*). S3 juga tidak menuliskan bahwa $P = \{3x | x \in Z\}$ dikatakan grup abelian jika memenuhi 5 syarat yaitu tertutup, asosiatif, adanya unsur satuan/identitas, adanya unsur balikan/invers dan komutatif, hal ini berarti bahwa S3 belum mampu menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*). Selanjutnya S3 membuktikan bahwa P merupakan grup abelian terhadap operasi penjumlahan dengan membuat pemisalan tetapi tidak tepat. Hal ini berarti S3 sudah belum mampu menggunakan atau koneksi antar teorema atau defenisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*). Kemudian S3 juga tidak menuliskan kesimpulan dari pernyataan tersebut (*justify*). Pada saat wawancara, S3 tidak mampu mengerjakan soal tersebut. Yuniati (2014) menyebutkan bahwa jika mahasiswa salah menyebutkan anggota suatu himpunan, atau salah hitung berarti mahasiswa tersebut masih salah atau belum paham dengan materi prasyarat. Hal itu juga yang terjadi dengan S3 dalam menyelesaikan Soal nomor 3.

Berdasarkan data di atas, dikatakan bahwa mahasiswa yang berkemampuan penalaran tinggi (S1), dalam menyelesaikan soal penalaran matematis tentang grup pada tahap pertama mampu memahami apa yang diketahui dan ditanyakan (*analize*), mahasiswa sudah mampu mengetahui dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dalam soal, dan sudah mampu dan benar dalam menyusun konjektur strategi pemecahan masalah (*generalize*). Pada tahap menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau defenisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*zhynthesize*), kriteria kelompok tinggi dapat menyelesaikan proses pembuktian grup dengan menggunakan langkah-langkah yang benar, tetapi masih kurang maksimal dalam menyelesaikan soal lainnya dan sudah mampu menarik kesimpulan dari hasil

yang diperoleh (*justify*). Mahasiswa berkemampuan penalaran sedang, hanya mampu pada tahap mengetahui dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*), tahap menyusun konjektur strategi penyelesaian masalah (*generalize*), tetapi pada tahap menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*synthesize*), mahasiswa masih salah dalam menyusun bukti dengan proses perhitungan yang tidak tepat dan sudah mampu menarik kesimpulan (*justify*). Sedangkan mahasiswa berkemampuan penalaran rendah hanya mampu pada tahap pertama yaitu mampu mengetahui dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*), tetapi masih kurang maksimal pada tahap yang lain. Hasil penelitian ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh Sholikhakh *et al.* (2017), menunjukkan bahwa sebagian besar mahasiswa mempunyai kemampuan penalaran yang sangat baik pada saat mengidentifikasi apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (tahap *analyze*). Pada tahap *generalize*, secara umum mahasiswa bisa menyusun strategi penyelesaian masalah dan menentukan teorema yang akan digunakan pada proses pembuktian. Pada tahap *synthesize*, kemampuan penalaran mahasiswa termasuk dalam kategori kurang baik karena mahasiswa tidak bisa menjabarkan dan mengaitkan teorema-teorema dengan informasi yang diketahui dalam soal. Pada tahap *justify*, rata-rata ketercapaiannya tergolong kurang baik. Banyak mahasiswa yang mengambil kesimpulan yang salah karena proses yang mereka lakukan pada tahap sebelumnya juga salah. Agustin RD (2016) mengatakan masih banyak mahasiswa yang sulit memahami materi dan konsep matematika, sehingga banyak juga yang hasilnya kurang maksimal. Salah satu cara untuk peningkatan kemampuan penalaran adalah dengan menggunakan pendekatan *problem solving*.

Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian dan pembahasan, maka dapat disimpulkan bahwa Mahasiswa berkemampuan tinggi dinyatakan mampu melaksanakan kegiatan pada seluruh indikator kemampuan penalaran matematis. Mahasiswa berkemampuan sedang dinyatakan mampu bernalar pada indikator memahami apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*), menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*), tetapi masih kurang tepat dalam menggunakan hubungan atau koneksi atau teorema antar definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*synthesize*), dan sudah mampu menarik kesimpulan dari hasil yang diperoleh (*justify*). Mahasiswa berkemampuan rendah dinyatakan mampu bernalar pada indikator memahami apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*analyze*), tetapi kurang mampu pada indikator menyusun konjektur dan strategi pemecahan masalah (*generalize*), menggunakan hubungan atau koneksi antar teorema atau definisi untuk mendapatkan penyelesaian masalah (*synthesize*), serta menarik kesimpulan (*justify*).

Saran

Disarankan agar Dosen Struktur aljabar menggunakan metode pembelajaran yang tepat dan sesuai dengan karakteristik mahasiswa.

Daftar Pustaka

- Agustin R. D. (2016). Kemampuan Penalaran Matematika Mahasiswa Melalui Pendekatan Problem Solving. *Jurnal Pedagogia*, 5(2), 179-188.
- Arnawa I. M. (2009). Mengembangkan Kemampuan Mahasiswa Dalam Memvalidasi Bukti Pada Aljabar Abstrak Melalui Pembelajaran Berdasarkan Teori APOS. *Jurnal Matematika dan Sains*, 14(2), 62-68.

- Clarisa, Rahma. F.L, Nur F, Hasibuan K, Khodijah N, Siti Maysarah. (2021). Analisis Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Pendidikan Matematika Dalam Memecahkan Masalah Struktur Aljabar Ring Materi Daerah Integral Dan Field. *Farabi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 4 (1), 52-60.
- Samo, D. D dan Nubatonis O. E. (2021). Pengembangan Perangkat Pembelajaran Dalam Jaringan Pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. *Fraktal: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 2(2), 116-125.
- Gunhan, B. (2014). A Casestudy on the Investigation of Reasoning Skills in Geometry. *South African Journal of Education*, 34(2), 1-19.
- Hanifah, Abadi A, (2018). Analisis Pemahaman Konsep Matematika Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Teori Grup. *Journal of Medives : Journal of Mathematics Education IKIP Veteran Semarang*, 2(2), 235-244.
- Maryam, S. (2016). Representasi Siswa SMP Dalam Menyelesaian Soal Open Ended Ditinjau Dari Kemampuan Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan Matematika*.
- Sugiyono. (2015). *Metode Penelitian Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, R&D*. Alfabeta. Bandung.
- Shadiq, F. (2014). *Pembelajaran Matematika: Cara Meningkatkan Kemampuan Berpikir Siswa*. Graha Ilmu: Yogyakarta.
- Sholikhakh, R.A, Lestiana H.T, dan Oktaviani D.N. (2017). Analisis Kemampuan Penalaran Matematis Mahasiswa Pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. *Prosiding Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika*. Bandung, 6 Desember 2017, Bandung: STKIP Siliwangi Bandung. 237-244.
- Sumartini, T.S. (2018). Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Jurnal Mosharafa*, 4 (1).
- Utami, N.P. (2014). Kemampuan Penalaran Matematis Siswa Kelas XI IPA SMAN 2 Painan Melalui Penerapan Pembelajaran Think Pair Square. *Jurnal Pendidikan Matematika* 3(1).
- Yulia, W. (2012). Implementasi Pembelajaran Matematika Dengan Pendekatan Investigasi Dalam Meningkatkan Kemampuan Penalaran Matematis Siswa SMP. [*Skripsi*]. Bandung: UPI Bandung,
- Yuniani, S. (2014) Analisis Kesalahan Mahasiswa Dalam Menyelesaikan Soal Pembuktian Pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. *Beta: Jurnal Pendidikan Matematika*, 7(2)